LECCIONES DIDÁCTICAS DE MATEMÁTICAS ÁLGEBRA 2

Lección 1: Introducción a las Matrices

El ser humano tiene, dentro de sus diversas necesidades, la urgencia de emplear técnicas y métodos matemáticos, que den una solución rápida y exacta. Mediante el uso de las matrices se puede resolver un sistema de ecuaciones lineales, además de encontrar la importancia que tienen la resolución de problemas de la vida cotidiana con el cual se llega a dar la solución exacta para dar mejores resultados en un determinado proceso.

En esta Lección, explorarás el uso de matrices. Representarás e interpretarás datos en matrices, desarrollarás propiedades para computar matrices y las utilizarás para resolver ecuaciones lineales. Te sorprenderás lo fácil que es el uso de las matrices, sobretodo cuando logres resolver problemas de maneras diferentes y fáciles de entender.

Objetivos:

Finalizada esta lección, el estudiante será capaz de:

- Mencionar el tamaño de una matriz.
- Buscar un elemento cualquiera en una matriz dado la fila y columna.
- Sumar y restar matrices.
- Realizar la multiplicación escalar de matrices.

Matrices-Definición:

- Llamamos matriz a todo conjunto de números o expresiones que aparecen distribuidos ordenadamente en forma rectangular, formando filas y columnas.
- Por ejemplo, cualquier espectáculo en el que los boletos de entrada estén numerados hace uso de este tipo de estructura. Si en nuestro boleto dice fila 10, asiento 6 nos está indicando que la butaca está en la fila 10 y columna 6.
- Cualquier tabla de las que utilizamos en los editores de texto no deja de ser una matriz, ya que está organizada por filas y columnas.
- Siempre que colocamos un elemento en filas y columnas hacemos uso de una estructura matricial.

Ejemplo

La siguiente matriz contiene tiene 3 filas y 4 columnas.

A = $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 12 & 10 \\ 15 & 5 & -9 & 1 \\ -5 & 0 & 6 & 7 \end{pmatrix}$

- ¿Cuál es el elemento que ocupa la fila 2, columna 3? -9
- ¿Cuál es el elemento que ocupa la fila 1, columna 4? 10
- ¿Cuál es el elemento que ocupa la fila 3, columna 1? -5

Tipos de matrices

Una matriz en la que el número de filas es igual al número de columnas se dice que es una matriz cuadrada. Lo es, por ejemplo, la matriz:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 4 & 0 & -5 \\ 12 & 23 & 8 \end{pmatrix}$$

y no es cuadrada una matriz como:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

La primera tiene tres filas y tres columnas y se dice que es una matriz ***3 x 3.***

Para referirnos a la segunda, que tiene dos filas y tres columnas, hablamos de una matriz ***2 x 3***.

Los términos horizontales son las filas de la matriz y los verticales son sus columnas.

Una matriz con ***m*** filas y ***n*** columnas se denomina matriz ***m*** por ***n***, o matriz ***m* × *n*.**

Notación- Ejercicio de comprensión

Las matrices suelen denotarse con letras mayúsculas:

A = $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 9 & 1 & 5 \\ -6 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ B = $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & -8 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$ C = $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$ D = $\begin{pmatrix} 8 & -9 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$

Según las matrices A, B, C y D, contesta las siguientes preguntas:

1) ¿Cuál es el tamaño de cada matriz?
2) ¿Cuáles matrices son cuadradas?
3) En la matriz B, ¿qué elemento está en la fila 2, columna 1?

Lección 2: Operaciones con matrices

Suma y Resta de Matrices

Para poder sumar o restar matrices, estas deben tener el mismo número de filas y columnas. Es decir, una matriz ***3 x 2*** no puede sumarse o restarse con una matriz ***4 x 2.***

Ejemplos:

Sean A = $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 2 \\ 6 & -6 & -7 \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -2 & -9 & 3 \end{pmatrix}$

1) A + B

$= \begin{pmatrix} 8 & 0 & 2 \\ 6 & -6 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -2 & -9 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8+1 & 0+1 & 2+4 \\ 6+-2 & -6+-9 & -7+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 6 \\ 4 & -15 & -4 \end{pmatrix}$

2) A – B

$= \begin{pmatrix} 8 & 0 & 2 \\ 6 & -6 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -2 & -9 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8-1 & 0-1 & 2-4 \\ 6--2 & -6--9 & -7-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -1 & -2 \\ 8 & 3 & -10 \end{pmatrix}$

Suma y Resta de Matrices

Más ejemplos:

Sean A = $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 4 \\ -2 & 9 & 3 \end{pmatrix}$ y C = $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$

1) A + B = No se puede realizar porque no son del mismo tamaño.
2) A – C = $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$ - $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ =$\begin{pmatrix} 6 & -7 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$
3) C – A = $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ - $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$ =$\begin{pmatrix} -6 & 7 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$
4) A + C = $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$ + $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$ =$\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ -12 & 6 \end{pmatrix}$
5) B + B = $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 4 \\ -2 & 9 & 3 \end{pmatrix}$ + $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 4 \\ -2 & 9 & 3 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 16 & 2 & 8 \\ -4 & 18 & 6 \end{pmatrix}$

Multiplicación Escalar

La multiplicación escalar se basa en multiplicar una matriz por un escalar (un número). Cada elemento de la matriz se multiplica por el escalar.

Ejemplos:

Sean A = $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 2 \\ 6 & -6 & -7 \end{pmatrix}$ y B = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -2 & -9 & 3 \end{pmatrix}$

1) 3 • A = 3 $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 2 \\ 6 & -6 & -7 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 3\ x\ 8 & 3\ x\ 0 & 3\ x\ 2 \\ 3\ x\ 6 & 3\ x\ -6 & 3\ x\ -7 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 24 & 0 & 6 \\ 18 & -18 & -21 \end{pmatrix}$

2) -2 • B = -2 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -2 & -9 & 3 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} -2\ x\ 1 & -2\ x\ 1 & -2\ x\ 4 \\ -2\ x\ -2 & -2\ x\ -9 & -2\ x\ 3 \end{pmatrix}$= $\begin{pmatrix} -2 & -2 & -8 \\ 4 & 18 & -6 \end{pmatrix}$

Multiplicación Escalar

Más ejemplos:

Sean A = $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 4 \\ -2 & 9 & 3 \end{pmatrix}$ y C = $\begin{pmatrix} -8 & 10 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$

1) 5 • A = 5 $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 25 & 0 \\ -35 & 15 \end{pmatrix}$

2) -1 • B = -1 $\begin{pmatrix} 8 & 1 & 4 \\ -2 & 9 & 3 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} -8 & -1 & -4 \\ 2 & -9 & -3 \end{pmatrix}$

3) $\frac{1}{2}$ • C = $\frac{1}{2}$ $\begin{pmatrix} -8 & 10 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -3 & 1.5 \end{pmatrix}$

4) 5 • A + B = 5 $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$ + $\begin{pmatrix} -8 & 10 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 25 & 0 \\ -35 & 15 \end{pmatrix}$ + $\begin{pmatrix} -8 & 10 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 17 & 10 \\ -41 & 18 \end{pmatrix}$

Prueba Lección: Matrices

I. Menciona el tamaño de cada matriz.

1) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -8 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 6 & -9 & 5 \\ -9 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -9 & 1.5 & 6 \end{pmatrix}$

II. Realiza la operación indicada con las siguientes matrices, si es posible:

$A = \begin{pmatrix} 9 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 2 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ $D = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

1) A + B =

2) B – A =

3) C + D =

4) D – B =

5) 3•A =

6) 2•D + $\frac{1}{2}$ • C =