



MÓDULO DIDÁCTICO DE MATEMÁTICAS

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

agosto 2020



DE DEPARTAMENTO DE
EDUCACIÓN
GOBIERNO DE PUERTO RICO

Página web: <https://de.pr.gov/>  Twitter: @educacionpr

Nota. Este módulo está diseñado con propósitos exclusivamente educativos y no con intención de lucro. Los derechos de autor (*copyrights*) de los ejercicios o la información presentada han sido conservados visibles para referencia de los usuarios. Se prohíbe su uso para propósitos comerciales, sin la autorización de los autores de los textos utilizados o citados, según aplique, y del Departamento de Educación de Puerto Rico.

CONTENIDO

LISTA DE COLABORADORES.....	4
CARTA PARA EL ESTUDIANTES, LA FAMILIA Y LOS MAESTROS.....	5
INFORMACIÓN ADICIONAL.....	8
CALENDARIO DE PROGRESO EN EL MÓDULO.....	8
PRESENTACIÓN DE LAS UNIDADES.....	9
UNIDAD 1: REPASO DE CONCEPTOS DE ESTADÍSTICA.....	14
LECCIÓN 1. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA E INFDRENCIAL.....	15
LECCIÓN 2. LENGUAJE ESTADÍSTICO	19
LECCIÓN 3. INTRODUCCIÓN AL MUESTREO.....	23
LECCIÓN 4. CLASIFICACIÓN DE LOS DATOS Y ESCALAS DE MEDICIÓN.....	28
UNIDAD 2: ORGANIZACIÓN Y PRESENTACIÓN DE DATOS CON UNA VARIABLE	38
LECCIÓN 5. ORGANIZACIÓN DE DATOS EN TABLAS DE FRECUENCIAS.....	38
LECCIÓN 6. DIAGRAMA DE TALLO Y HOJAS.....	47
LECCIÓN 7. REPRESENTACIÓN DE DATOS CUALITATIVOS.....	50
LECCIÓN 8. REPRESENTACIÓN DE DATOS CUANTITATIVOS.....	53
UNIDAD 3: MEDIDAS DESCRIPTIVAS.....	62
LECCIÓN 9. MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL.....	62
LECCIÓN 10. MEDIDAS DE VARIABILIDAD O DISPERSIÓN.....	69
CLAVES DE RESPUESTA DE EJERCICIOS DE EJERCICIOS DE PRÁCTICA.....	85
REFERENCIAS	89
GUÍA DE ACOMODOS RAZONABLES.....	91

FÓRMULAS PARA UTILIZARSE EN ESTE MÓDULO

$$\text{frecuencia relativa} = \frac{\text{frecuencia de clase}}{\text{total de valores}}$$

Porcentaje acumulado

$$cP = \frac{cf}{n} \times 100\%$$

$$\text{anchura de clase} \approx \frac{(\text{valor más alto}) - (\text{valor más bajo})}{\text{número de clases}}$$

$$\text{media} = \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{\text{suma de todos los valores de la muestra}}{\text{número total de valores de la muestra}}$$

$$\text{media ponderada: } \bar{x} = \frac{\sum(w \cdot x)}{\sum w}$$

Varianza de una muestra

$$s^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

Desviación estándar de una muestra

$$s = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

Coefficiente de variación

$$CV = \left(\frac{S}{\bar{X}}\right) 100\%$$

Cuartiles

Cantidad de datos par	Cantidad de datos impar
$Q_1 = \frac{n}{4}$	$Q_1 = \frac{n+1}{4}$
$Q_3 = \frac{3n}{4}$	$Q_3 = \frac{3(n+1)}{4}$

LISTA DE COLABORADORES

Dra. Wanda I. Rivera Rivas

Directora Programa de Matemáticas

Departamento de Educación de Puerto Rico

CARTA PARA EL ESTUDIANTE, LA FAMILIA Y LOS MAESTROS

Estimado estudiante:

Este módulo didáctico es un documento que favorece tu proceso de aprendizaje. Además, permite que aprendas en forma más efectiva e independiente, es decir, sin la necesidad de que dependas de la clase presencial o a distancia en todo momento. Del mismo modo, contiene todos los elementos necesarios para el aprendizaje de los conceptos claves y las destrezas de la clase de Álgebra 2, sin el apoyo constante de tu maestro. Su contenido ha sido elaborado por maestros, facilitadores docentes y directores de los programas académicos del Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) para apoyar tu desarrollo académico e integral en estos tiempos extraordinarios en que vivimos.

Te invito a que inicies y completes este módulo didáctico siguiendo el calendario de progreso establecido por semana. En él, podrás repasar conocimientos, refinar habilidades y aprender cosas nuevas sobre la clase de Álgebra 2 por medio de definiciones, ejemplos, lecturas, ejercicios de práctica y de evaluación. Además, te sugiere recursos disponibles en la internet, para que amplíes tu aprendizaje. Recuerda que esta experiencia de aprendizaje es fundamental en tu desarrollo académico y personal, así que comienza ya.



Estimada familia:

El Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) comprometido con la educación de nuestros estudiantes, ha diseñado este módulo didáctico con la colaboración de: maestros, facilitadores docentes y directores de los programas académicos. Su propósito es proveer el contenido académico de la materia de Álgebra 2 para las primeras diez semanas del nuevo año escolar. Además, para desarrollar, reforzar y evaluar el dominio de conceptos y destrezas claves. Ésta es una de las alternativas que promueve el DEPR para desarrollar los conocimientos de nuestros estudiantes, tus hijos, para así mejorar el aprovechamiento académico de estos.

Está probado que cuando las familias se involucran en la educación de sus hijos mejoran los resultados de su aprendizaje. Por esto, te invitamos a que apoyes el desarrollo académico e integral de tus hijos utilizando este módulo para apoyar su aprendizaje. Es fundamental que tu hijo avance en este módulo siguiendo el calendario de progreso establecido por semana.

El personal del DEPR reconoce que estarán realmente ansiosos ante las nuevas modalidades de enseñanza y que desean que sus hijos lo hagan muy bien. Le solicitamos a las familias que brinden una colaboración directa y activa en el proceso de enseñanza y aprendizaje de sus hijos. En estos tiempos extraordinarios en que vivimos, les recordamos que es importante que desarrolles la confianza, el sentido de logro y la independencia de tu hijo al realizar las tareas escolares. No olvides que las necesidades educativas de nuestros niños y jóvenes es responsabilidad de todos.

Estimados maestros:

El Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) comprometido con la educación de nuestros estudiantes, ha diseñado este módulo didáctico con la colaboración de: maestros, facilitadores docentes y directores de los programas académicos. Este constituye un recurso útil y necesario para promover un proceso de enseñanza y aprendizaje innovador que permita favorecer el desarrollo holístico e integral de nuestros estudiantes al máximo de sus capacidades. Además, es una de las alternativas que se proveen para desarrollar los conocimientos claves en los estudiantes del DEPR; ante las situaciones de emergencia por fuerza mayor que enfrenta nuestro país.

El propósito del módulo es proveer el contenido de la materia de Álgebra 2 para las primeras diez semanas del nuevo año escolar. Es una herramienta de trabajo que les ayudará a desarrollar conceptos y destrezas en los estudiantes para mejorar su aprovechamiento académico. Al seleccionar esta alternativa de enseñanza, deberás velar que los estudiantes avancen en el módulo siguiendo el calendario de progreso establecido por semana. Es importante promover el desarrollo pleno de estos, proveyéndole herramientas que puedan apoyar su aprendizaje. Por lo que, deben diversificar los ofrecimientos con alternativas creativas de aprendizaje y evaluación de tu propia creación para reducir de manera significativa las brechas en el aprovechamiento académico.

El personal del DEPR espera que este módulo les pueda ayudar a lograr que los estudiantes progresen significativamente en su aprovechamiento académico. Esperamos que esta iniciativa les pueda ayudar a desarrollar al máximo las capacidades de nuestros estudiantes.

Información adicional

A los maestros, estudiantes, padres, madres o encargados, este Módulo tiene diferentes ejercicios los de aplicación y los de evaluación del curso de Álgebra 2.

Ejercicios de Aplicación: Padres y Estudiantes, estos ejercicios son de práctica y tienen sus respuestas para que verifiquen cómo se realizaron. Es importante que se trabajen para el beneficio de todos los estudiantes. No son *Assessment* formativo (no tienen valor numérico).

Ejercicio para Calificar (evaluaciones): Padres y Estudiantes, estos ejercicios para calificar son el instrumento de evaluación que tiene el maestro para la acumulación de puntos para el SIE. Los instrumentos aquí utilizados son exámenes, y tareas de desempeño o ejecución. Es importante que el estudiante siga las instrucciones establecidas al inicio de curso por su maestro con relación a su proceso de adjudicación de puntos según carta circular vigente (CC 03-2019-2020). El estudiante en la hoja de contestaciones debe presentar evidencia de **TODO EL PROCESO** que utilizó para resolver todos los ejercicios.

Maestros: Saludos, los instrumentos ofrecidos en la sección de **Ejercicios de Práctica** es para la evaluación formativa de sus estudiantes. Les recuerdo que NO existe clave de los ejercicios para calificar en las evaluaciones, usted la debe crear y la puntuación es sugerida para las primeras 10 semanas, según se establece en la carta circular vigente (CC 03-2019-2020). El contenido de este módulo responde a los estándares, expectativas e indicadores para las primeras 10 semanas de clases, conforme a lo establecido en los Mapas Curriculares, el Prontuario y Calendario de Secuencias del curso de Álgebra 2.

Los maestros podrán trabajar otras evaluaciones hasta alcanzar la puntuación establecida en la Carta Circular vigente.

CALENDARIO DE PROGRESO EN EL MÓDULO

DÍAS / SEMANAS	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
1	Lección 1	Lección 1	Lección 1	Lección 1	Lección 1
2	Lección 1	Lección 1	Lección 2	Lección 2	Lección 2
3	Lección 3	Lección 3	Lección 3	Lección 3	Lección 3
4	Lección 4	Lección 4	Lección 4	Lección 4	Lección 4
5	Lección 5	Lección 5	Lección 4	Lección 4	Lección 5
6	Lección 5	Lección 5	Lección 5	Lección 5	Lección 6
7	Lección 6	Lección 7	Lección 7	Lección 7	Lección 7
8	Lección 8	Lección 8	Lección 8	Lección 8	Lección 9
9	Lección 9	Lección 9	Lección 9	Lección 9	Lección 10
10	Lección 10	Lección 10	Lección 10	Lección 10	Lección 10

LECCIONES

En este módulo tendremos la oportunidad de estudiar, aprender y practicar lecciones del curso Probabilidad y Estadística. A continuación, presentamos lo que se espera que en este aprendizaje.

Duodécimo Grado / Primer Semestre

Tema	Grandes ideas y Conceptos	Preguntas Esenciales	Destreza	Referencias
UNIDAD 1: Repaso de conceptos estadísticos Tiempo aproximado: 10 días				
Repaso de conceptos estadísticos Uso y Manejo de las Estadísticas	- Estadística Descriptiva - Estadística Inferencial	¿Qué es estadística? ¿En qué momentos has utilizado datos estadísticos?	- Definir e identificar estadística descriptiva e inferencial. - Establecer la diferencia entre estadística descriptiva e inferencial. - Uso y manejo en la recolección de datos.	Estadística, Prentice Hall (EPH) Págs. 3 al 10 Estadística (Mario Triola) (EMT) Pág. 76 Matemática: razonamiento y aplicaciones (MRA) Pág. 724
Terminología	- Población - Censo - Muestra - Experimento - Parámetro - Estadístico - Variable	¿Cómo se elige el tamaño apropiado para un análisis de datos? ¿Qué diferencia hay entre población y muestra? ¿Qué diferencia hay entre estadística y estadístico? ¿Entre parámetro y estadístico? ¿Cuáles son las características de una encuesta?	-Definir población, censo, muestra, experimento, parámetro, estadístico, variable -Clasificar cada uno de los conceptos previamente establecidos -Reconocer las características de los estudios que integran el uso de encuestas y los experimentos al azar.	EMT Págs. 4-7, 21 EPH Págs. 44-45, 154 Matemática: razonamiento y aplicaciones (M:RA) Pág. 674
	- Datos	¿Cuál es la diferencia entre datos cualitativos y datos cuantitativos?	-Definir e identificar datos cualitativos, cuantitativos: discretos, continuos	EMT Pág. 6 EPH Págs. 14-15, 260-261

Tema	Grandes ideas y Conceptos	Preguntas Esenciales	Destreza	Referencias
		¿Cuál es la diferencia entre los datos discretos y los datos continuos?		
		¿Cuál es la diferencia entre una escala (nivel) de intervalo y de razón? ¿Cuál es la diferencia entre un nivel nominal y un nivel ordinal?	-Establecer la diferencia entre los niveles de medición para conjuntos de datos -Clasificar un conjunto de datos de acuerdo con el nivel de medición: Nominal, ordinal, de intervalo y de razón.	EMT Págs. 7-11
UNIDAD 2: Descripción y presentación de datos con una variable Tiempo aproximado: 20 días				
Representaciones Gráficas	Construcciones de gráficas	¿Qué es una gráfica?	-Identificar e interpretar gráfica que representen datos estadísticos	EPH Pág. 26 al 36 Matemática Integrada I (Integrada I. II y III) Págs. 3 al 9
		¿Cuál es la gráfica más adecuada para representar ciertos datos?	-Leer, interpretar y construir las gráficas de: <ul style="list-style-type: none"> • barras • pictogramas • lineales • circulares 	EMT Págs. 13 – 63, 111-112,120 EMT Pág. 13 EPH – Pág. 28 EMT Pág. 14 EMT Pág. 58 EMT Pág. 59 EPH- 30
			-Definir: <ul style="list-style-type: none"> • Datos agrupados y no agrupados • Clases • Límites • Marcas de clases o intervalos de clases • Frecuencia relativa • Frecuencia acumulada 	EMT Págs. 43-46 M: RA Págs. 725-726

Tema	Grandes ideas y Conceptos	Preguntas Esenciales	Destreza	Referencias
			-Definir y construir otras gráficas <ul style="list-style-type: none"> • histogramas • tallo y hoja • polígonos de frecuencia • ojivas 	EMT Pág. 51 EPH - Pág.26 EMT Pág. 58 EPH - Pág.36 EMT Pág. 59 EPH - 28 EMT Pág. 59 EPH - Pág. 28
			-Analizar gráficas y seleccionar el tipo de gráfica más adecuado para representar un conjunto de datos. -Analizar gráficas engañosas.	Integrada I Págs. 170 al 175
	- Datos agrupados y no agrupados - Frecuencia - Distribución de frecuencia - Límites - Marcas de Clases - Frecuencia relativa - Frecuencia acumulada	Dado un conjunto de datos: ¿cómo organizarías el conjunto de datos en una tabla de frecuencias para datos agrupados?	-Organizar un conjunto de datos en una tabla de frecuencia.	EMT Pág. 42 M: RA Págs. 725-727 M: RA Págs. 725-734, 759-763
UNIDAD 3: Medidas para describir, explorar y comparar datos estadísticos				
Tiempo aproximado: 40 días				
Medidas de tendencia central	- Moda - Media - Mediana - Media ponderada	¿Qué medida de tendencia central representa mejor los datos?	-Definir los conceptos moda, media, mediana y media ponderada. -Identificar la moda de un conjunto de datos -Calcular y analizar en un conjunto de datos agrupados y no agrupados la media, mediana y media ponderada.	EPH Págs. 46 al 66 Integrada I Págs. 135 al 142 Integrada II Pág. 635 EMT Págs. 77- 80, 84 * Uso del periódico

Unidad I: Repaso de Conceptos de Estadística

La Estadística

Todos los días leemos o escuchamos noticias e información que nos sirven de guía en nuestras vidas. Escuchar el reporte meteorológico nos ayuda a decidir qué ropa usar, y si vivimos en una ciudad grande tal vez debamos escuchar el reporte de tránsito que indique la mejor ruta para llegar a la escuela o al trabajo.

Nuestros gustos personales, así como las cosas que no nos agradan, también rigen algunas de nuestras decisiones. A pesar de las críticas negativas que escuchamos acerca de alguna película, tal vez decidamos verla solo por la admiración que sentimos hacia cierto actor o actriz. Tomamos decisiones a diario, pero muchas veces estas decisiones no son estructuradas. Cuando comenzamos a familiarizarnos con los procedimientos y métodos implicados en la recolección, presentación y la elaboración de resúmenes de un conjunto de datos, o a obtener conclusiones acerca de tales datos, entonces estaremos descubriendo la Estadística.

La Estadística es la rama de las matemáticas que examina las formas de procesar y analizar datos. Ofrece los procedimientos para recolectar y transformar los datos de manera que sean útiles a los que toman decisiones. Para comprender la Estadística necesitamos conocer algunos conceptos básicos y definiciones de términos importantes. La Estadística se divide en dos áreas: Estadística descriptiva y Estadística inferencial. Pero ambas divisiones están entrelazadas para desarrollar un buen análisis de datos y sacar conclusiones para la toma de decisiones de manera estructurada.

Objetivos de la unidad:

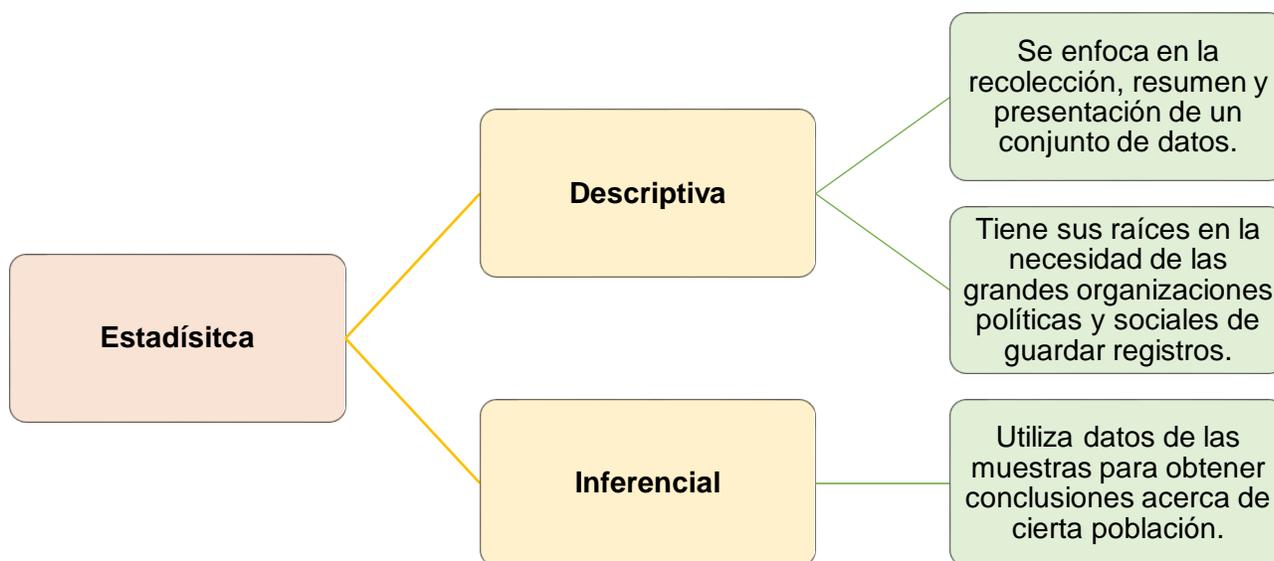
1. Reconocer y justificar la importancia de la estadística en la vida.
2. Distinguir estadística: descriptiva e inferencial.
3. Definir, distinguir y determinar conceptos estadísticos, tipos de variables, tipos de muestras.

Lección 1: Estadística Descriptiva e Inferencial

¿Qué es la Estadística Descriptiva y la Inferencial?

La Estadística Descriptiva se enfoca en la recolección, resumen y presentación de un conjunto de datos. Tiene sus raíces en la necesidad de las grandes organizaciones políticas y sociales de guardar registros. Por ejemplo, cada década desde el 1790, en Estados Unidos se realiza un censo que recolecta y resume datos acerca de los ciudadanos. A través de los años, el *U.S. Census Bureau* ha sido uno de los grupos que ha mejorado los métodos de Estadística descriptiva. Los fundamentos de la Estadística Inferencial se basan en las matemáticas de la teoría de la probabilidad. Los métodos inferenciales utilizan los datos de la muestra para calcular los estadísticos que proporcionan los estimados de las características de una población.

Durante el siglo pasado, la Estadística jugó un papel importante al promover el uso de la tecnología de la información y esta, por su parte, contribuyó a difundir el uso de la Estadística.



Al iniciar el siglo XX, la expansión de los requerimientos de manejo de datos asociados con el censo federal llevó directamente al desarrollo de máquinas tabuladoras que fueron las antecesoras de los sistemas computacionales que utilizan los negocios en la actualidad. Especialistas como Pearson, Fisher, Gosset, Neyman, Wald y Tukey establecieron las técnicas de la Estadística inferencial moderna, en respuesta a la necesidad de analizar grandes conjuntos de datos poblacionales que, ya para entonces, implicaban costos elevados, consumían mucho tiempo y eran difíciles de recopilar.

La Estadística se utiliza mayormente, para manejar los datos muestrales y obtener conclusiones sobre poblaciones. Por lo tanto, es importante obtener datos muestrales que sean representativos de la población de la que se obtienen. Para esto, debemos enfocarnos en dos aspectos importantes:

1. Los datos de una muestra deben reunirse de una forma adecuada, como a través de un proceso de selección aleatoria.
2. Si los datos muestrales no se reúnen de forma apropiada, resultarán tan inútiles que ninguna cantidad de tortura estadística podrá salvarlos.

Existen diversas circunstancias que requieren la recolección de datos.

1. Un analista de investigación de mercados necesita evaluar la efectividad de una nueva campaña publicitaria en televisión.
2. Un productor farmacéutico necesita determinar si un nuevo medicamento es más efectivo que los que actualmente se consumen.
3. Un administrador de operaciones desea monitorear el proceso de producción para comprobar si la calidad de cierto producto satisface los estándares de la compañía.
4. Un auditor desea revisar las transacciones financieras de una empresa para determinar si esta cumple o no con principios contables aceptables.
5. Un inversionista potencial desea determinar qué firmas industriales tienen mayor probabilidad de crecer de forma acelerada en un período de recuperación económica.

6. Un maestro de escuela desea revisar y analizar los resultados de sus estudiantes en las pruebas estatales y las de ingreso a la universidad para evaluar la efectividad de las prácticas de enseñanza.

Los datos deben ser identificados de fuentes apropiadas, lo cual constituye un aspecto importante del análisis estadístico. Si los errores, ambigüedades o lo que se conoce como sesgo estropean los datos que son recolectados, ni siquiera los métodos estadísticos más complejos producirían una información precisa. Existen cuatro fuentes de datos muy importantes.

1. Los que proporciona una organización o un individuo.
2. Un experimento diseñado.
3. Una encuesta.
4. Un estudio observacional.

Estas fuentes de datos se clasifican de dos maneras:

- Fuentes primarias
- Fuentes secundarias

Las fuentes primarias son aquellas utilizadas por el recolector o el que lleva a cabo el estudio y las obtiene él mismo para su análisis.

Las fuentes secundarias son aquellas que utiliza un individuo u organización, pero este individuo u organización no son los primeros en recopilar los datos. Por ejemplo, si estamos realizando un estudio y utilizamos los datos del censo esos datos provienen de una fuente secundaria porque los obtuvo personal del censo y no nosotros. Contienen información primaria, sintetizada y reorganizada. Se debe hacer referencia a ellas cuando no se puede utilizar una fuente primaria por una razón específica, cuando los recursos son limitados y cuando la fuente es confiable. Las utilizamos para confirmar nuestros hallazgos, ampliar el contenido de la información de una fuente primaria y para planificar nuestros estudios.

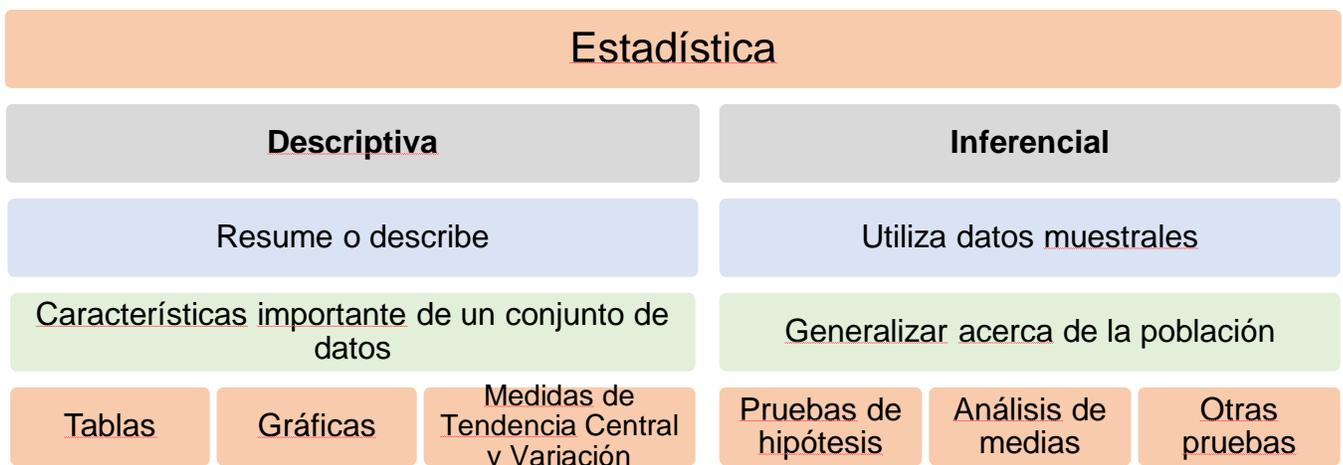
Las organizaciones e individuos que recolectan y publican datos, generalmente los utilizan como fuente primaria y después permiten a otros usarlos como fuente

secundaria. Por ejemplo, el gobierno federal de Estados Unidos recolecta y distribuye datos tanto para propósitos públicos como privados. El *Bureau of Labor Statistics* recolecta los datos que emplea y también distribuye cada mes el *Consumer Price Index*. El *Census Bureau* supervisa una gran variedad de encuestas actuales referentes a población, vivienda e industria, y lleva a cabo estudios especiales en temas como el crimen, los viajes y el cuidado de la salud.

Conducir un experimento es otra fuente importante de recolección de datos. Por ejemplo, para probar la efectividad de un detergente, un experimentador determina qué marcas son más eficientes para dejar limpia la ropa sucia, lavándola directamente, en lugar de preguntar a los clientes qué marca creen que sea más eficaz. Por otro lado, realizar una encuesta es otra fuente de datos importante. En ella se pregunta a la gente sobre sus creencias, actitudes, comportamientos y otras características. Las respuestas posteriormente se editan, codifican y tabulan para su análisis.

De igual manera, dirigir un estudio observacional es otra fuente de datos. En este estudio, el investigador observa el comportamiento de forma directa, generalmente en su ambiente natural. Un ejemplo de un estudio observacional es el grupo focal, una herramienta de investigación que se utiliza para provocar respuestas no estructuradas ante preguntas abiertas. En un grupo focal un moderador dirige la discusión y los participantes responden a las preguntas.

Otros tipos de estudios más estructurados implican dinámicas de grupo y construcción de consenso, y el uso de numerosas herramientas del comportamiento organizacional como la lluvia de ideas, la técnica Delphi y el método de grupo nominal.



Lección 2: Lenguaje estadístico

Una de las partes más importantes en el estudio de la Estadística consiste en examinar datos de pequeños grupos para aprender acerca de un grupo grande, por lo que, en este contexto, los términos, muestra y población adquieren importancia. A continuación, se presenta la terminología que facilitará la comprensión de este curso.

Población: Es el conjunto completo de todos los elementos (puntuaciones, personas, medidas, etc.) que se va a estudiar. El conjunto es completo porque incluye a todos los sujetos que se estudiarán.

Muestra: Es un subconjunto de miembros seleccionados de una población.

Censo: Es el conjunto de datos de cada uno de los miembros de la población.

Parámetro: Es una medición numérica que describe algunas características de una población.

Estadístico: Es una medición numérica que describe algunas características de una muestra.

Variables: Son las características de los objetos o de los individuos. Difieren de persona a persona o de objetos a objetos, por eso son variables. Todas las variables deben tener una definición operacional, es decir, un significado universalmente aceptado, que sea claro para todos aquellos que estén relacionados con el análisis. La falta de definición operacional genera confusión.

Datos: Son las observaciones recolectadas, como mediciones, géneros, respuestas de encuestas, entre otras.

Ejemplos:

Población

- Todos los estudiantes de duodécimo grado de la región educativa de Caguas
- Todos los estudiantes de duodécimo grado del Departamento de Educación
- La gente que fue de compras ayer a Plaza Las Américas

Esta información se emplea para calcular el parámetro.

Muestra

- 10 alumnos de la escuela X en Guayama
- Los alumnos de la escuela Z en Arecibo
- 500 votantes de Puerto Rico
- 30 personas que visitaron Plaza Las Américas en el fin de semana

Esta información se emplea para calcular el estadístico

Parámetro:

En New York hay 3250 botones para cruzar calles en las intersecciones de tránsito. Se descubrió que el 77% de dichos botones no funciona. La cifra 77% es un parámetro.

Estadístico:

De 877 ejecutivos encuestados el 45% de ellos no encontraría a alguien con un error ortográfico en su solicitud de empleo.

Esta cifra del 45% es un estadístico.

Variables:

- Género
- Especialidad o campo de estudio
- Cantidad de dinero en la cartera
- Tiempo que toma prepararse para ir al trabajo en la mañana

Datos: (son los valores de las variables)

- Femenino
- Masculino
- Educación en Matemáticas
- \$100
- 3 metros
- 150 libras

Asignación Especial 1 50 puntos

Redacta un ensayo en el que describas y expliques por qué la Estadística es importante en nuestro diario vivir. Debes sustentar tus respuestas con información confiable y citar adecuadamente a los teóricos o teorías que encuentres. Puedes presentar ejemplos de Puerto Rico y otras partes del mundo. Utiliza un lenguaje apropiado.

El ensayo debe comenzar con un párrafo de introducción y finalizar con un párrafo donde expreses tu opinión al respecto. No escribas en primera persona, cuando vayas a referirte a ti puedes escribir: “el que redacta o la que redacta”, “el que escribe o la que escribe”, etc. Pero nunca escribas con el “yo”. Puedes mencionar los periódicos donde se escribe sobre estadísticas en Puerto Rico, buscar en internet y otras fuentes.

El ensayo no debe tener más de cinco páginas. Si tienes computadora debes escribirlo a dos espacios con letra tamaño 12 (Times New Roman o Arial), si no tienes computadora debes escribir a mano usando bolígrafo azul o negro en papel de argolla y con letra legible (que se entienda lo que escribes).

No olvides escribir tu nombre en la página de portada y debes colocar un título a tu ensayo.

RÚBRICA SUGERIDA PARA EVALUAR EL ENSAYO

Criterios	10	9	8	7	6
Introducción	Presenta el tema y un panorama amplio sobre la idea principal al lector.	Presenta brevemente la idea principal y el tema.	Presenta de manera inconsistente la idea principal y el tema.	Presenta pobremente el tema, pero no la idea principal.	No se comprende el tema ni la idea principal.
Desarrollo	Expone con claridad los argumentos e ideas que sustentan la idea central, incluye citas, referencias y opiniones de otros autores.	Expone los argumentos que sustentan la idea principal e incluye citas y referencias.	Expone parcialmente los argumentos que sustentan la idea principal e incluye algunas citas o referencias.	Expone pobremente los argumentos que sustentan la idea principal y no incluye citas ni referencias.	No expone los argumentos que sustentan la idea principal ni incluye citas y referencias.
Conclusión	Sintetiza de manera organizada las ideas expuestas y concluye con una reflexión final completa.	Sintetiza las ideas expuestas y concluye con una reflexión incompleta.	Sintetiza de manera desorganizada las ideas expuestas y concluye con una breve reflexión.	No sintetiza las ideas expuestas, pero termina con una breve reflexión.	No sintetiza las ideas expuestas y no realiza una reflexión final.
Coherencia	El texto tiene coherencia, presenta una adecuada relación entre palabras y oraciones. Utiliza un vocabulario rico y variado.	El texto es parcialmente coherente, presenta una adecuada relación entre algunas palabras y oraciones. Utiliza un vocabulario variado.	El texto tiene poca coherencia, aunque existe un vocabulario variado.	El texto no tiene coherencia, aunque utiliza un vocabulario variado.	El texto no es coherente y no se utiliza vocabulario variado.
Ortografía	Utiliza correctamente las reglas de ortografía.	Presenta dos o tres errores ortográficos	Presenta cuatro o cinco errores ortográficos.	Presenta cinco o seis errores ortográficos	No utiliza las reglas de ortografía.

Lección 3: Introducción al muestreo

En lugar de seleccionar toda la población, los procedimientos de muestreo estadístico se concentran en seleccionar un pequeño grupo representativo de la población.

Las tres razones principales para extraer una muestra son:

- ✓ Una muestra requiere que se le dedique menos tiempo
- ✓ Es menos costoso
- ✓ Menos molesta y más práctica

El proceso de muestreo comienza por la definición del marco. El **marco** es una lista de los elementos que constituyen la población. Los marcos son fuentes de datos, como listas, directorios o mapas de población. En Estadística, como en la vida, uno de los peores errores consiste en reunir datos de una forma inapropiada. Se recomienda seleccionar muestras aleatorias. Una muestra aleatoria es aquella en la que los miembros de la población se seleccionan de forma que cada individuo tiene la misma posibilidad de ser elegido. Por su parte, una muestra aleatoria simple de n sujetos se selecciona de manera que cada posible muestra del mismo tamaño n tenga la misma posibilidad de ser elegida.

Existen dos tipos de muestreo: muestreo probabilístico y el no probabilístico.

- Muestreo probabilístico: Selecciona los elementos o individuos con base en probabilidades conocidas.
- Muestreo no probabilístico: Selecciona los elementos o individuos sin conocer sus probabilidades de selección. La principal consecuencia de esta falta de información es que no podremos generalizar resultados con precisión estadística.

Muestreo probabilístico

1. Aleatorio simple

- Todos los elementos dentro del marco tienen las mismas posibilidades de selección que cualquier otro. La n se utiliza para el tamaño de la muestra y la N para el tamaño de la población.

- La posibilidad de seleccionar cualquier miembro específico del marco en la primera extracción es $1/N$. Se repite hasta llegar al tamaño (n) deseado.
- 2. **Sistemático** – Se selecciona un punto de partida, después se elige cada k -ésimo (por ejemplo, cada décimo sexto elemento de la población).
- 3. **Estratificado** - Se subdivide la población en al menos dos subgrupos (estratos) diferentes, de manera que los sujetos que pertenecen al mismo subgrupo compartan las mismas características, y luego tenemos una muestra de cada subgrupo o estrato.
- 4. **Por conglomerado** – Se divide el área de la población en secciones o conglomerados, luego se eligen al azar algunos de estos conglomerados, y después se elige a todos los miembros de los conglomerados seleccionados.

Ejemplo: Imagine un salón de clases con 60 estudiantes acomodados en seis filas de 10 estudiantes cada una. Suponga que el profesor selecciona una muestra de 10 estudiantes lanzando un dado y seleccionando la fila correspondiente al resultado. ¿El resultado es una muestra aleatoria? ¿Una muestra aleatoria simple? ¿Una muestra probabilística?

Solución: La muestra es aleatoria porque cada estudiante individual tiene la misma posibilidad (una posibilidad en seis) de resultar seleccionado. La muestra *no* es aleatoria simple porque no todas las muestras de tamaño 10 tienen la misma posibilidad de ser escogidas. Por ejemplo, este diseño muestral de usar un dado para seleccionar una fila hace imposible la selección de 10 estudiantes que estén en filas diferentes. Se trata de una muestra probabilística porque cada estudiante tiene una probabilidad conocida, 1 de seis, de ser elegido.

Muestreo no probabilístico

1. **Conveniencia** – Se utilizan resultados que son fáciles de obtener. Se selecciona una muestra de la población por el hecho de que sea accesible. Los individuos en la investigación se seleccionan porque están fácilmente disponibles y porque sabemos que pertenecen a la población de interés, no porque hayan sido

seleccionados mediante un criterio estadístico. Esta conveniencia tiene como consecuencia la imposibilidad de hacer afirmaciones generales con rigor estadístico sobre la población.

Ejemplo: Se realiza un estudio para conocer la opinión de los estudiantes sobre la criminalidad en Puerto Rico, pero solamente se entrevistan a estudiantes que viven cerca de la persona que está realizando el estudio.

2. **Con propósito (Purposive Sampling)** – En esta clase de muestreo el investigador no sólo escoge a las personas que estén disponibles, sino que utiliza su juicio e información previa para seleccionar la muestra que él piensa que va a proveer los datos que necesita.

Ejemplo: Un doctor quiere investigar el cáncer en personas que tengan más de 65 años o más. El doctor utiliza a sus pacientes de cáncer que es la muestra que tiene disponible, pero además utiliza el reporte médico para ver cuáles de los pacientes que están disponibles para participar del estudio tienen 65 años o más.

3. **Bola de nieve (Snowball Sampling)** – En este muestreo se localiza a algunos individuos, los cuales conducen a otros, y estos a otros, y así hasta conseguir una muestra suficiente. Este tipo se emplea frecuentemente cuando se hacen estudios con poblaciones “marginadas”, delincuentes, sectas, determinados tipos de enfermos, egresados de una institución, entre otros.

Ejemplo: Una doctora quiere investigar el alcoholismo en Puerto Rico. Como la gente no está por la calle diciendo que son alcohólicos, entonces ella le indica a la muestra que ha conseguido si conocen a otras personas que también sean alcohólicas para que participen del estudio y de esta forma tener una muestra con más participantes.

Resumen: Tipos de muestreo



Práctica 1

Identificar el tipo de muestreo que se utilizó: aleatorio simple, sistemático, de conveniencia, estratificado o por conglomerados.

1. En épocas de elecciones presidenciales, los medios noticiosos organizan una encuesta de salida, en la que se eligen estaciones de sondeo al azar y se encuesta a todos los votantes conforme abandonan el lugar.
2. Un estudiante de ingeniería mide la fuerza de los dedos necesaria para presionar botones al probar a miembros de su familia.
3. Un investigador de mercados separó a todos los residentes de San Juan en las categorías de: desempleado, empleado de tiempo completo y empleado de tiempo parcial. El investigador encuesta a 50 personas de cada categoría seleccionados al azar.
4. Un ingeniero de control de calidad selecciona cada diezmilésimo dulce M & M que se produce para verificar si cumple o no con los parámetros establecidos.
5. En la fase II de la prueba de un nuevo fármaco diseñado para incrementar el conteo de glóbulos rojos, una investigadora encuentra sobres con los nombres y las direcciones de todos los sujetos tratados. Ella desea incrementar la dosis en una submuestra de 12 sujetos, por lo que revuelve exhaustivamente todos los sobres en una caja, y luego saca 12 de ellos para identificar a los sujetos que recibirán el incremento en la dosis.

Lección 4: Clasificación de los datos y escalas de medición

En Estadística se trata principalmente de utilizar datos muestrales para hacer inferencias o generalizaciones sobre una población completa. Algunos conjuntos de datos consisten en números, como: alturas, edades, peso, entre otros, mientras que otros no son numéricos como: colores, tipo de religión, partido político y demás.

Existen dos tipos de datos:

1. **Datos cualitativos** (categóricos o de atributos) – Estos se dividen en diferentes categorías que se distinguen por algunas características no numéricas.

Ejemplos:

- a. Sexo (masculino/ femenino) de atletas.
- b. Color preferido (azul, amarillo, verde, rojo, violeta, etc.) de los niños.
- c. Religión que practican los cristianos (católica, episcopal, adventista, etc.)

2. **Datos cuantitativos** – Consisten en números que representan conteos o mediciones.

Ejemplos:

- a. Peso de los estudiantes de duodécimo grado de la escuela X.
- b. Alturas de los miembros del equipo de baloncesto de mi escuela.
- c. Tiempo que se tarda una persona promedio en recorrer 2 millas a pie.

Cuando se trabaja con datos cuantitativos es importante utilizar las unidades de medidas apropiadas, como: dólares, horas, pies, metros, kilogramos, libras, etc. Ignorar las unidades de medidas nos puede llevar a conclusiones incorrectas.

La NASA perdió su *Mass Climate Orbiter* de \$125 millones cuando la sonda se estrelló debido a que el programa de control tenía los datos de aceleración en unidades inglesas, pero ellos incorrectamente consideraron que estaban en unidades métricas.



Los datos cuantitativos se clasifican en dos grupos:

1. **Datos discretos** – Resultan cuando el número de valores posibles es un número finito o un número que puede contarse, es decir, el número de valores posibles es 0, 1, 2, 3, 4....

Ejemplos:

- a. Cantidades de estudiantes de 12^o grado en mi escuela.
- b. Cantidad de autos en el estacionamiento de Plaza Las Américas.
- c. Cantidad de sillas o pupitres en mi salón de Matemáticas.

2. **Datos continuos** – Resultan de un infinito de posibles valores que corresponden a alguna escala continua que cubre un rango de valores sin huecos, interrupciones o saltos. Producen variables numéricas que surgen de un proceso de medición. El dato puede tomar cualquier valor dentro de un continuo o intervalo, dependiendo de la precisión del instrumento que se utilice para medir.

Ejemplos:

- a. La estatura de los estudiantes del equipo de baloncesto de mi escuela.
- b. La cantidad en litros de gasolina del tanque del carro de mi hermano.
- c. El peso en libras de cada silla del juego de comedor de mi casa.

En los trabajos estadísticos la mayoría de los datos tienden a ser tratados como continuos.

“Si no hubiera mediciones no habría ciencia estadística, y si las medidas fueran exactas en todos los casos, habría una demanda mucho más reducida para emplear la Estadística”. (Stevens)

Práctica 2

A. Determinar si el valor es un estadístico o un parámetro.

1. En la actualidad, el 42% de los gobernadores de Estados Unidos son demócratas. _____
2. Se selecciona una muestra de hogares y el número promedio de personas por familia de 2.58 (según datos de la Oficina del Censo de Estados Unidos).

B. Identificar a) la muestra y b) la población. Además, determinar si la muestra parece ser representativa de la población.

1. Un científico político selecciona al azar a 25 de los 100 senadores que actualmente conforman el Congreso, y luego calcula la cantidad de tiempo que han prestado servicio.
2. Una estudiante de posgrado de la universidad de Newport realiza un proyecto de investigación sobre la comunicación. Ella envía por correo una encuesta a los 500 adultos que conoce, y les pide que respondan y regresen por correo la siguiente pregunta: “¿Prefiere utilizar el correo electrónico o el correo ordinario (el servicio postal)?” Ella recibe 65 respuestas, y 42 de ellas indican una preferencia por el correo ordinario.

C. Determinar si cada dato es discreto o continuo.

1. Número de estudiantes de mi salón hogar. _____
2. Estatura de mi padre. _____
3. Número de integrantes de la orquesta sinfónica de Puerto Rico. _____
4. Número de huevos que pone una gallina. _____
5. Peso en libras de mi madre. _____
6. Edad de mi profesor de Matemáticas. _____
7. Cantidad de dedos de la mano. _____
8. Volumen de agua de la represa Carraízo. _____

Escalas de medición

Otra forma común de clasificar los datos consiste en usar cuatro niveles de medición. Cuando se aplica la estadística a problemas reales, el nivel de medición de los datos es un factor importante para determinar el procedimiento a utilizar.

Niveles de medición

1. Nominal – Se caracteriza por datos que consisten exclusivamente en nombres, etiquetas o categorías. Los datos no se pueden acomodar en un esquema de orden (como del más bajo al más alto).

Ejemplos:

- a. Sí/no/indeciso: Respuestas de sí, no e indeciso en una encuesta.
- b. Colores: Los colores de los automóviles conducidos por estudiantes universitarios (rojo, azul, negro, blanco, magenta, púrpura, etc.).

Puesto que los datos nominales carecen de orden y no tienen un significado numérico, no se deben utilizar para hacer cálculos. En ocasiones se asignan números a las distintas categorías (especialmente cuando los datos se codifican para utilizarse en computadoras), pero estos números no tienen un significado computacional real y cualquier promedio que se calcule carece de sentido.

2. Ordinal – Los datos pueden acomodarse en algún orden, aunque no es posible determinar diferencias entre los valores de los datos o tales diferencias carecen de significado.

Ejemplos:

- a. Las calificaciones de un curso: Un profesor universitario asigna calificaciones de A, B, C, D o F. Tales calificaciones se pueden ordenar, aunque no es posible determinar diferencias entre tales calificaciones. Por ejemplo, sabemos que A es mayor que B (por eso hay un orden), pero no podemos restar B de A (por lo que no se puede calcular la diferencia).
- b. Rangos: Con base en varios criterios, una revista ordena las ciudades de acuerdo con su “habitabilidad”. Dichos rangos (primero, segundo, tercero, etc.) determinan un orden. Sin embargo, las diferencias entre los rangos no tienen

ningún significado. Por ejemplo, una diferencia “del segundo menos el primero” sugeriría $2 - 1 = 1$, pero esta diferencia de 1 no tiene significado porque no es una cantidad exacta que sea comparable con otras diferencias de este tipo. La diferencia entre la primera y la segunda ciudades no es la misma que la diferencia entre la segunda y la tercera ciudades. Utilizando los rangos de la revista, la diferencia entre la ciudad de Nueva York y Boston no se puede comparar de forma cuantitativa con la diferencia entre San Luis y Filadelfia.

Los datos ordinales proporcionan información sobre comparaciones relativas, pero no las magnitudes de las diferencias. Por lo general, los datos ordinales no deben utilizarse para hacer cálculos como promedios, aunque en ocasiones esta norma se viola (como sucede cuando utilizamos calificaciones con letras para calcular una calificación promedio).

3. De intervalo – Se parece al nivel ordinal, pero con la propiedad adicional de que la diferencia entre dos valores de datos cualesquiera tiene un significado. Sin embargo, los datos en este nivel no tienen punto de partida o cero natural (donde nada de la cantidad está presente. También se dice que los datos en este nivel no tienen cero absoluto, o sea, el número más bajo no es el cero.

Ejemplos:

- a. Temperaturas: Las temperaturas corporales de 98.2°F y 98.6°F son ejemplos de datos a nivel de medición de intervalo. Dichos valores están ordenados, y podemos determinar su diferencia de 0.4°F . Sin embargo, no existe un punto de inicio natural. Tal vez parece que 0°F es un punto de inicio, sin embargo, este punto es arbitrario y no representa la ausencia total de calor. Puesto que 0°F no es un punto de partida o cero natural, sería incorrecto decir que 50°F es dos veces más caliente que 25°F .
- b. Años: Los años 1000, 2008, 1776 y 1492. El tiempo no inició en el año 0, por lo que el año 0 es arbitrario y no constituye un punto de partida o cero natural que represente “la ausencia de tiempo”.

4. De razón – Es similar al nivel de intervalo, pero con la propiedad adicional de que sí tiene un punto de partida o cero natural, donde el cero indica que nada de la cantidad está presente. Para valores en este nivel, tanto las diferencias como las proporciones tienen significado. Se llama razón porque el punto de partida cero hace que las razones o cocientes (divisiones) tengan sentido.

Ejemplos: Los siguientes son ejemplos de datos al nivel de medición de razón. Observar la presencia de un valor cero natural, así como el uso de proporciones que significan “dos veces” y “tres veces”.

- a. Pesos: Los pesos (en quilates) de anillos de compromiso de diamante (el 0 realmente representa la ausencia de peso y 4 es dos veces el peso de 2 quilates).
- b. Precios: Los precios de libros de texto universitarios (\$0 realmente representa ningún costo y un libro de \$90 es tres veces más caro que un libro de \$30).

Entre los cuatro niveles de medición, la principal dificultad surge al distinguir entre los niveles de intervalo y de razón. Para esto, se sugiere lo siguiente:

Para simplificar esta diferencia, utilizar una sencilla “prueba de razón”. Considerar dos cantidades en las cuales un número es dos veces el otro y preguntar si “dos veces” sirve para describir correctamente las cantidades. Puesto que un peso de 200 libras es dos veces más pesado que un peso de 100 libras, pero 50°F no es dos veces más caliente que 25°F , los pesos están en el nivel de razón, mientras que las temperaturas Fahrenheit están en el nivel de intervalo. Para una comparación y un repaso concisos se debe estudiar y hacer referencia a la siguiente tabla.

Niveles de medición de datos			
Nivel	Resumen	Ejemplo	
Nominal	Sólo categorías Los datos no pueden acomodarse en un esquema de orden.	Origen de estudiantes: 5 puertorriqueños 20 argentinos 40 españoles	Sólo categorías o nombres
Ordinal	Las categorías están ordenadas, pero no hay diferencias o carecen de significado.	Tamaño de automóviles: 5 compactos 20 medianos 40 grandes	Orden determinado por "compacto, mediano, grande".
De intervalo	Las diferencias tienen un significado, pero no hay punto de partida o cero natural, y los cocientes no tienen significado.	Temperaturas: 5°F 20°F 40°F	0°F no significa "sin calor". 40°F no es <i>dos veces</i> más caliente que 20°F.
De razón	Hay un punto de partida y cero natural; los cocientes tienen significado.	Distancia hasta la escuela: 5 km 20 km 40 km	40 km es <i>dos veces</i> más lejos que 20 km.

Práctica 3

- A. Determinar cuál de los cuatro niveles de medición (nominal, ordinal, de intervalo, de razón) es el más apropiado.
1. Los números en las camisetas de los atletas en el maratón de San Blas de Coamo.
 2. Las calificaciones que da la revista *Consumer Reports* de “la mejor compra, recomendado, no recomendado”.
 3. Los salarios de mujeres que son directoras generales de corporaciones.
 4. Las temperaturas durante el año en Alaska.
 5. Los grados académicos del Colegio San Antonio de Guayama que van desde el *Pre-Kindergarten* hasta el Cuarto Año de escuela superior.
 6. La temperatura corporal de un niño con fiebre.
 7. Los números en las camisetas de los jugadores de baloncesto del equipo nacional de Puerto Rico.
 8. La calificación de los minerales con relación a la dureza, desde el más suave al más duro en una escala de 1 al 10, donde 1 será para el más suave y 10 para el más duro.
- B. Contesta cada pregunta
1. ¿Cuál es la diferencia entre el nivel de medición de intervalo y el nivel de medición de razón?
 2. Escribe un ejemplo (que no se encuentre en el módulo) de datos con los niveles de medición:
 - a. Nominal
 - b. Ordinal
 - c. De razón

Prueba 1 Conceptos básicos de Estadística Valor total: 32 puntos

Parte I. Determina si el valor dado es un estadístico o un parámetro. 5 pts.

1. En un estudio de los 2,223 pasajeros del *Titanic*, se encontró que 706 sobrevivieron cuando se hundió. _____
2. Se selecciona una muestra de estadounidenses y se descubre que la cantidad de tiempo promedio que ven la televisión es de 4.6 horas al día. _____
3. La edad promedio de los estudiantes de primer grado en Puerto Rico es de 6 años. _____
4. El 25% de una muestra de votantes en Puerto Rico realizan el voto por candidatura (voto mixto). _____.
5. Se entrevista a todos los estudiantes de 12° grado de las escuelas de Puerto Rico para establecer su preferencia con relación a dónde prefieren estudiar, el universidades públicas o privadas. El 60% de los estudiantes prefiere el sistema público universitario debido a que los costos son más bajos. _____.

Parte II. Determine si los valores dados provienen de un conjunto de datos discreto o continuo. 10 pts.

1. Cantidad de galletas en una lata. _____
2. Volumen de agua en la piscina deportiva. _____
3. Cantidad de casa en una de las calles de la urbanización. _____
4. Millas de distancia recorridas desde Ponce hasta Fajardo. _____
5. Cantidad de hijos en una familia. _____
6. Estatura de los estudiantes del equipo de baloncesto de la escuela. _____
7. Edad de un estudiante de primer grado. _____
8. Gramos de harina en un bizcocho. _____
9. Cantidad de elefantes en el zoológico. _____
10. Cantidad de personas en la iglesia un domingo. _____

Parte III. Identifique el tipo de muestreo que se utilizó: aleatorio, sistemático, de conveniencia, estratificado o por conglomerado. Explica. 10 pts.

- a. Un investigador del *Internal Revenue Service* estudia las trampas en las declaraciones de impuestos, al encuestar a todos los meseros y las meseras de 20 restaurantes seleccionados al azar.

- b. Un profesor de estadística obtiene una muestra de estudiantes, al seleccionar solamente a los primeros 10 que entran a su salón de clases para avanzar con el proceso.
- c. Un analista de la IRS procesa una devolución de impuestos cada 10 minutos, de manera que en su primera semana de trabajo procesa un total de 240 devoluciones. El gerente verifica su trabajo, separa las devoluciones por día y selecciona al azar un día de la semana y revisa todas las devoluciones que se procesan ese día.
- d. Una universidad en estados Unidos, motivada por un estudiante que murió en estado de ebriedad, realizó una investigación de estudiantes que beben alcohol, seleccionando al azar 10 diferentes salones de clase y entrevistando a todos los estudiantes en cada uno de los grupos.
- e. Un investigador de una empresa de equipo deportivo estudia la relación entre el nivel académico y la participación en cualquier deporte. El investigador hace una encuesta a 40 golfistas, 40 tenistas y 40 nadadores, todos elegidos al azar.

Parte IV. Determine cuál de los cuatro niveles de medición (nominal, ordinal, de intervalo, de razón) es el más apropiado. 7 pts.

1. Los números del seguro social. _____
2. El número de respuestas “Sí” o “No” recibidas cuando se les preguntó a 500 estudiantes si alguna vez se habían embriagado en la universidad. _____
3. Los años en que se ha observado el fenómeno de “esclavitud” en la historia del mundo. _____
4. Clasificaciones de las películas de una estrella, dos estrellas, tres estrellas y cuatro estrellas. _____
5. Las temperaturas actuales en los países de América del Sur. _____
6. Los pesos de las personas que son lanzadas al aire en un apasionado concierto de rock.
7. Una clasificación de películas de cine: “drama, comedia, acción, ciencia ficción y misterio”.

Unidad 2 Organización y presentación de datos con una variable

Objetivos de la unidad

1. Organizar los datos en una tabla de frecuencia para datos no agrupados y agrupados.
2. Determinar el tamaño de las clases, los límites de clase, las fronteras de clase y las marcas de clase.
3. Determinar la distribución de frecuencias relativas.
4. Determinar la distribución de frecuencias acumuladas.
5. Determinar el porcentaje acumulado.
6. Realizar un diagrama de tallo y hojas.
7. Representar los datos cualitativos en graficas de barra y circulares.
8. Representar los datos cuantitativos en histogramas, polígonos de frecuencia y ojiva.

Lección 5: Organización de datos en tablas de frecuencias

La organización de los datos representa una parte muy importante al realizar estudios porque facilita el análisis y el desarrollo de procedimientos. Los datos se pueden organizar en tablas, diagramas y en gráficas. Estas últimas, por lo general, se construyen de los datos que se encuentran precisamente en las tablas. Cuando trabajamos con grandes conjuntos de datos, a menudo es útil organizarlos y resumirlos al construir una tabla llamada distribución de frecuencias. Pero si los datos son pocos y no están unos muy alejados de otros, entonces se utiliza una tabla de frecuencia para datos no agrupados.

Ejemplo

Suponga que 15 estudiantes reciben las siguientes puntuaciones en un examen: 32, 30, 29, 29, 28, 28, 28, 27, 27, 27, 27, 26, 26, 25, 24.

Estas puntuaciones pueden ser ordenadas y contadas como sigue:

Puntuaciones (x)	Frecuencia f
32	1
31	0
30	1
29	2
28	3
27	4
26	2
25	1
24	1

Distribución o tabla de frecuencias – Es una lista de valores de los datos (ya sea de manera individual o por grupos de intervalos o clases), junto con sus frecuencias (o conteos) correspondientes.

La tabla de frecuencias para datos agrupados está compuesta por varias partes y es importante que las conozcamos.

Límites de clases inferiores – Son las cifras más pequeñas que pueden pertenecer a las diferentes clases. Los límites de clase inferiores de la tabla son: 21, 31, 41, 51, 61 y 71.

Límites de clases superiores – Son las cifras más grandes que puedan pertenecer a las diferentes clases. Los límites de clase superiores de la tabla son: 30, 40, 50, 60, 70 y 80.

Fronteras de clase – Son las cifras que se utilizan para separar las clases, pero sin los espacios creados por los límites de clases.

Las fronteras de clase en la tabla son: 30.5, 40.5, 50.5, 60.5, 70.5 y 80.5.

Distribución de frecuencias para las Edades de las mejores actrices ganadoras del Premio Óscar	
Edad de las actrices	Frecuencias
71 - 80	2
61 - 70	2
51 - 60	2
41 - 50	12
31 - 40	30
21 - 30	28

Marcas de clase – Son los puntos medios de las clases. Se calculan sumando el límite de clase inferior y el límite de clase superior, y dividiendo esa suma entre 2. Las marcas de clase en la tabla son: 25.5, 35.5, 45.5, 55.5, 65.5 y 75.5.

Anchura de clase o tamaño del intervalo – Es la diferencia entre dos límites de clase inferiores consecutivos o dos fronteras de clase inferiores consecutivas. La anchura de clase de la tabla es: $40 - 30 = 10$.

¿Cómo construir una tabla de frecuencias?

La distribución o tabla de frecuencias se construye por las siguientes razones:

1. Es posible resumir conjuntos grandes de datos.
2. Se logra cierta comprensión sobre la naturaleza de los datos.
3. Se tiene una base para construir gráficas importantes, tales como histogramas.

Procedimiento para construir una distribución o tabla de frecuencias

1. Decidir el número de clases o intervalos que desea (debe estar entre 5 y 20).
2. Calcular la anchura de clase.

$$\text{anchura de clase} \approx \frac{(\text{valor más alto}) - (\text{valor más bajo})}{\text{número de clases}}$$

Redondear este resultado para obtener un número más adecuado. Generalmente se redondea hacia arriba. Es probable que se necesite cambiar el número de clases, pero la prioridad debe ser utilizar valores que sean fáciles de comprender.

3. Punto de partida: comenzar por elegir un número para el límite inferior de la que sea un poco más pequeño.
4. Usando el límite inferior de la primera clase y la anchura de clase, proceder a listar los demás límites de clase inferiores. (Sumar la anchura de clase al punto de partida para obtener el segundo límite de clase inferior. Después hay que sumar la anchura de clase al segundo límite de clase inferior para obtener el tercero, y así sucesivamente).
5. Anotar los límites inferiores de clase en una columna vertical y luego proceder a anotar los límites superiores de clase, que son fáciles de identificar.

\approx significa "aproximadamente"

6. Ponga una marca en la clase adecuada para cada dato. Utilice las marcas para obtener la frecuencia. La frecuencia se refiere a la cantidad de veces en que se repite o aparece cada dato.

Ejemplo: A continuación, se presenta las edades de las mejores actrices en ganar el premio Óscar (comenzar a leer los números en filas de izquierda a derecha).

Edades en años de las mejores actrices

22 37 28 63 32 26 31 27 27 28 30 26 29 24 38
25 29 41 30 35 35 33 29 38 54 24 25 46 41 28
40 39 29 27 31 38 29 25 35 60 43 35 34 34 27
37 42 41 36 32 41 33 31 74 33 50 38 61 21 41
26 80 42 29 33 35 45 49 39 34 26 25 33 35 35
28

Paso 1: Seleccionemos las clases que queremos: pensemos en 6 clases.

Paso 2: Calculemos la anchura de clase.

$$\begin{aligned} \text{anchura de clase} &= \frac{(\text{valor más alto}) - (\text{valor más bajo})}{\text{número de clases}} = \frac{80 - 21}{6} = \frac{59}{6} \\ &= 9.83333 \dots \approx 10 \end{aligned}$$

Paso 3: Elegimos el punto de partida, puede ser el número 21 que es el número más bajo de la lista y contando desde el 21 diez más llegamos a 30. O sea, la primera clase es 21 – 30.

Paso 4: Sumamos la anchura de clase al límite de clase inferior. El segundo límite de clase inferior es 31 porque le sumamos 10 al 21, el tercer límite de clase inferior es 41 y los demás son: 51, 61 y 71.

Paso 5: Listar los límites de clase inferiores de forma vertical, como se muestra a continuación, luego identifique los límites superiores contando diez desde el límite inferior en cada clase. Entonces observamos que los límites de clase superiores son:

30, 40, 50, 60, 70 y 80.

Paso 6: Completar la tabla.

Distribución de frecuencias para las Edades de las mejores actrices ganadoras del Premio Óscar	
Edad de las actrices	Frecuencias
71 - 80	2
61 - 70	2
51 - 60	2
41 - 50	12
31 - 40	30
21 - 30	28

71 -
61 -
51 -
41 -
31 -
21 -

Nota: No olvidemos que todas las tablas deben tener un título y cada columna debe estar identificada.

La información que contienen las tablas de frecuencias nos ayuda a construir gráficas que presentan la información de manera visual y, fácil de interpretar y conocer aspectos relacionados con la información tabulada. La tabla de frecuencias puede contener otras columnas como: frecuencias relativas, frecuencias acumuladas, porcentaje acumulados, entre otras. Todo dependerá de la información que necesitemos.

Distribución de frecuencias relativas

Para saber la proporción o el porcentaje del total en cada grupo, es preferible usar la distribución de frecuencia relativa o la distribución de porcentajes. Cuando comparamos dos o mas grupos que difieren en tamaño de su muestra, se debe usar la distribución de frecuencias relativa o distribución de porcentaje.

Las frecuencias relativas se obtienen fácilmente dividiendo cada frecuencia de clase entre el total de valores (n).

$$frecuencia\ relativa = \frac{frecuencia\ de\ clase}{total\ de\ valores}$$

Distribución de frecuencias para las Edades de las mejores actrices ganadoras del Premio Óscar	
Edad de las actrices	Frecuencias relativas
71 - 80	3%
61 - 70	3%
51 - 60	3%
41 - 50	16%
31 - 40	39%
21 - 30	37%

Como 28 de los 76 datos caen en la primera clase, la primera clase tiene una frecuencia relativa de $\frac{28}{76} = 0.368 = 36.8\%$, que a menudo se redondea a 37%. La segunda clase tiene una frecuencia relativa de $\frac{30}{76} = 0.395 = 39.5\%$, y así se continúa hasta obtener todas las demás frecuencias relativas. La suma de todas las frecuencias relativas debe ser 1 o 100%, con algunas discrepancias debido

al error de redondeo. Precisamente, la suma de las frecuencias relativas en la tabla de las edades de las mejores actrices es 101 debido al redondeo.

Arreglo ordenado

En muchas ocasiones, los datos deben ser ordenados para facilitar el conteo y establecer las frecuencias. Se puede ordenar de menor a mayor. A esto se le conoce como arreglo ordenado.

Distribución de frecuencias acumuladas o acumulativas

La distribución de porcentaje acumulado constituye una manera de presentar la información del porcentaje de los valores que están por debajo de cierto valor. Si se desea saber qué porcentaje de las actrices tienen edades por debajo de los 50 años, entonces completamos la columna para la frecuencia acumulada. La frecuencia acumulada de una clase es la suma de las frecuencias para esa clase y todas las anteriores (se suma de abajo hacia arriba).

Distribución de frecuencias para las Edades de las mejores actrices ganadoras del Premio Óscar		
Edad de las actrices	Frecuencias	Frecuencias acumuladas
71 - 80	2	76
61 - 70	2	74
51 - 60	2	72
41 - 50	12	70
31 - 40	30	58
21 - 30	28	28

La última suma que realicemos para obtener las frecuencias acumulativas debe ser igual al total de datos, lo que conocemos como tamaño de la muestra n . En el caso anterior, $n = 76$, por lo tanto, la última frecuencia acumula desde abajo hasta arriba es 76. Esta frecuencia acumulada nos va a ayudar a construir una de las gráficas más interesantes en la Estadística conocida como *ojiva*. El porcentaje acumulado se obtiene dividiendo cada frecuencia acumulada entre el total de los datos, luego se multiplica por 100%.

$$cP = \frac{cf}{n} \times 100\%$$

Práctica 4

A. A continuación, se presentan las edades de los actores que han ganado el premio Óscar.

44 41 62 52 41 34 34 52 41 37
 38 34 32 40 43 56 41 39 49 57
 41 38 42 52 51 35 30 39 41 44
 49 35 47 31 47 37 57 42 45 42
 44 62 43 42 48 49 56 38 60 30
 40 42 36 76 39 53 45 36 62 43
 51 32 42 54 52 37 38 32 45 60
 46 40 36 47 29 43

1. Construye un arreglo ordenado de los datos de menor a mayor.
2. Utiliza un tamaño de clase igual a 10 y construye una tabla de frecuencias completando las siguientes columnas.

Edad de los mejores actores				
Edad(x)	Frecuencia (f)	Frecuencia acumulada (cf)	Porcentaje acumulado (cP)	Frecuencia relativa (rf)

3. ¿Cuántas clases tienes?
 4. ¿En cuál de las clases se encuentra la mayoría de los datos? ¿Cuál es ese porcentaje?
 5. ¿Qué porcentaje de las edades está por debajo de 49 años?
- B. Observa el porcentaje acumulado de las edades de las actrices y de los actores de los premios Óscar y contesta.
1. ¿Cómo comparan las edades de las actrices ganadoras de premios Óscar y las edades de los actores ganadores del mismo premio?
 2. ¿Cuáles actores son más premiados, los actores más jóvenes o las actrices más jóvenes? ¿Cuál crees tú que es la razón principal para esto?

C. Identificar la **anchura de clase**, las **marcas de clase** y las **fronteras de clase** para las distribuciones de frecuencias dadas.

Temperatura mínima diaria (°F)	Frecuencia
65 – 69	1
60 – 64	7
55 – 59	7
50 – 54	11
45 – 49	5
40 – 44	3
35 – 39	1

Lección 6: Diagramas de Tallo y Hojas

Los diagramas de tallo y hojas separan cada valor en dos partes: el tallo (el dígito ubicado en el extremo izquierdo) y la hoja (el dígito del extremo derecho). Este diagrama permite ver cómo se distribuyen y dónde están las concentraciones de datos. Para elaborar un diagrama de tallo y hojas suponer que 15 alumnos comen en un restaurante de comida rápida (*fast food*).

Los siguientes datos son las cantidades que gastaron (en dólares).

5.35 4.75 4.30 5.47 4.85 6.62 3.54 4.87
6.26 5.48 7.27 8.45 6.05 4.76 5.91

Para formar un diagrama de tallo y hojas se colocan los primeros valores en orden ascendente (dólar). Se utiliza la columna de las unidades como el tallo y se redondean los decimales (las hojas) a un lugar decimal.

El primer valor de 5.35 se redondea a 5.4. Su tallo es 5 su hoja es 4. El segundo valor de 4.75 se redondea a 4.8, su tallo es 4 y su hoja es 8. Podemos decir que, los precios que más abundan están en el tallo 4 y 5. Esto significa que la mayor parte de los precios fluctúan desde los 4.30 a 5.90.

tallo	hojas
5	3 4
6	9
7	4
8	0
9	3 8

Podemos concluir que con \$6.00 podemos conseguir una comida en el restaurante de comida rápida. Es poco común que gastemos menos de \$4.00 y más que \$8.00.

tallo	hojas
3	5
4	8 3 9 9 8
5	4 5 5 9
6	6 3 1
7	3
8	5

Veamos un ejemplo

Para los siguientes datos obtenidos de una muestra de $n = 7$ de las puntuaciones parciales de la materia de Álgebra, realice un diagrama de tallo y hojas.

80 54 69 98 93 53 74

Práctica 5

Los siguientes datos representan las cuotas en dólares de cheques rechazados de una muestra de 23 bancos, firmados por clientes que depositan directamente y que mantienen un saldo promedio de \$100.

26	28	20	20	21	22	25	25	18	25
15	20	18	20	25	25	22	30	30	30
15	20	29							

Fuente: "The New fase of Banking", Copyright © 2000 by Consumers Union of U.S., Inc., Yonkers NY 10703

– 1057. Adaptado con el permiso de Consumers Reports, junio de 2000

- Colocar los datos en un arreglo ordenado.
- Construir un diagrama de tallo y hojas para estos datos.
- ¿Cuál de estos diagramas aporta más información, el arreglo ordenado o el diagrama de tallo y hojas? Explicar la respuesta.
- ¿Alrededor de qué valor, si lo hay, se encuentran concentradas las cuotas para cheques rechazados? Explicar la respuesta.

Prueba 2 Valor total: 60 puntos

Parte I. A continuación, se presentan las puntuaciones de 50 estudiantes de duodécimo grado en la Prueba de Estadística.

84	78	56	73	58	61	68	75	98	72
95	84	75	97	83	75	64	74	77	98
95	92	79	74	69	75	84	86	91	97
98	81	80	70	75	66	68	75	72	80
85	90	95	78	68	64	87	77	73	83

- Realizar un arreglo ordenado de los datos. 5 pts.
- Construir una tabla de frecuencias y completa cada columna. Utilizar 6 como número de clases. 20 pts.

Lección 7: Representación de datos cualitativos

Los datos cualitativos pueden representarse mediante gráficas como, las gráficas circulares y las gráficas de barras.

Gráfica circular

- Para construir una gráfica circular, se divide el círculo en las proporciones adecuadas. Es un círculo que se divide en partes para representar las categorías.
- El tamaño de cada rebanada varía de acuerdo con el porcentaje de cada categoría.
- El círculo mide 360° por lo que se multiplica 360° por el porcentaje (decimal) para determinar el sector.

Veamos el siguiente ejemplo

Razones para comprar en línea durante las Navidades

Razón	Porcentaje
Comparación de compras	23
Conveniencia	33
Gastos de envío gratis	34
Variedad en la selección	6
Velocidad	4
Total	100

Procedimiento para determinar los sectores del círculo. Estos sectores los obtenemos en grados, luego se divide cada sector de acuerdo con los grados indicados. Observemos que el porcentaje se convierte en decimales y se multiplica por 360°.

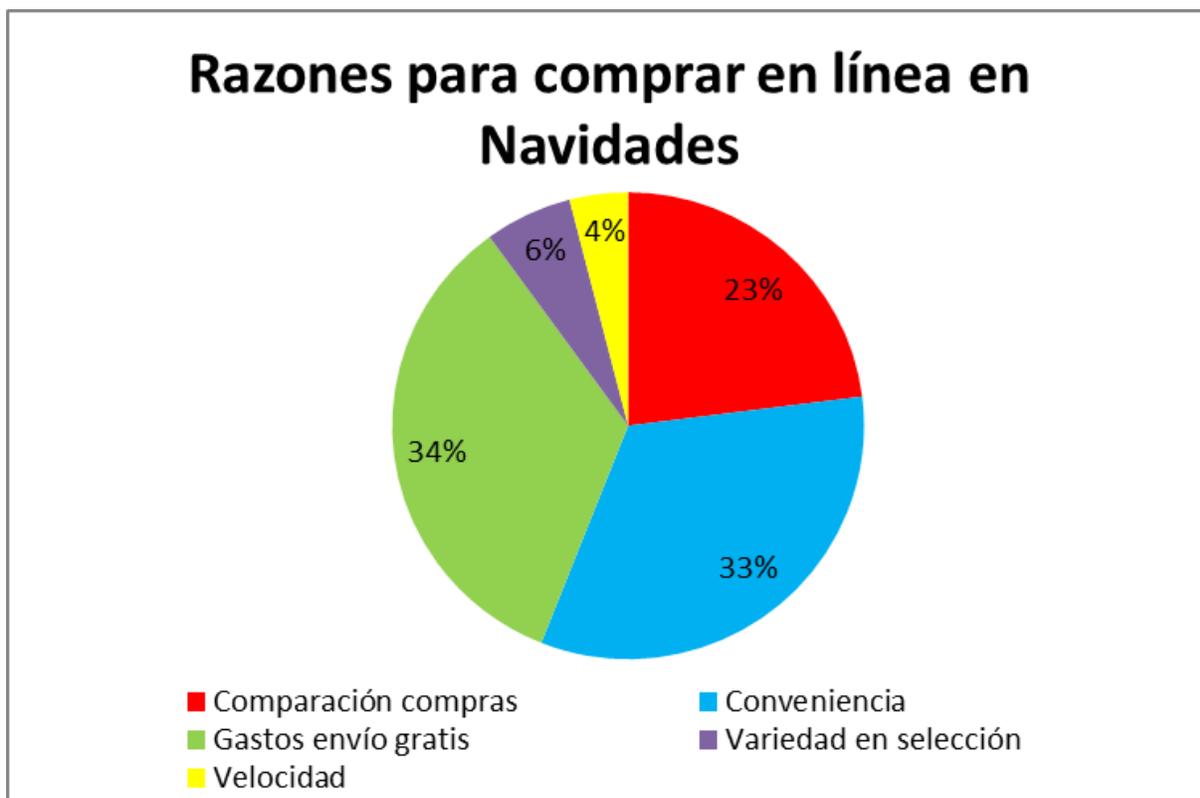
$$360^\circ \times 0.34 = 122.4^\circ \quad \text{Gastos envío gratis}$$

$$360^\circ \times 0.33 = 118.8^\circ \quad \text{Conveniencia}$$

$$360^\circ \times 0.23 = 82.8^\circ \quad \text{Comparación compras}$$

$$360^\circ \times 0.06 = 21.6^\circ \quad \text{Variedad en selección}$$

$$360^\circ \times 0.04 = 14.4^\circ \quad \text{Velocidad}$$

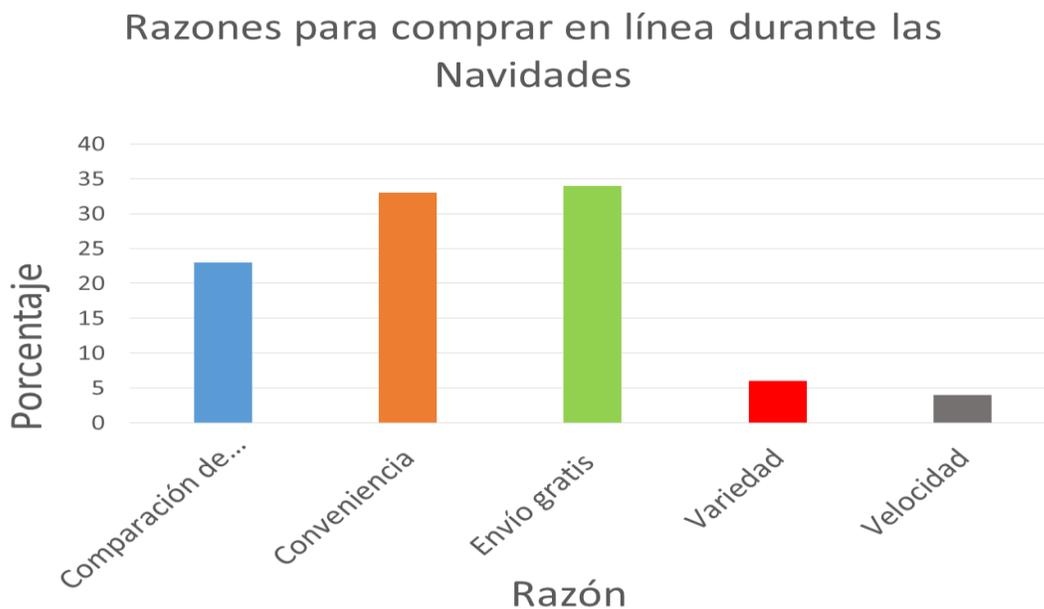


Se pueden utilizar programas de computadoras como Excel para realizar las gráficas. De lo contrario, se puede utilizar un transportador y medir cada sector del círculo.

Gráfica de barras

Las gráficas de barras permiten comparar los porcentajes de diferentes categorías. En una gráfica de barras, cada barra muestra una categoría, su longitud representa la cantidad, frecuencia o porcentaje de los valores que caen en cada categoría. Las barras pueden ser horizontales o verticales y deben tener el mismo ancho.

Siguiendo el mismo ejemplo de las razones para comprar en línea observemos la gráfica de barras.



¿Cuál gráfica se debe utilizar: la circular o la de barra?

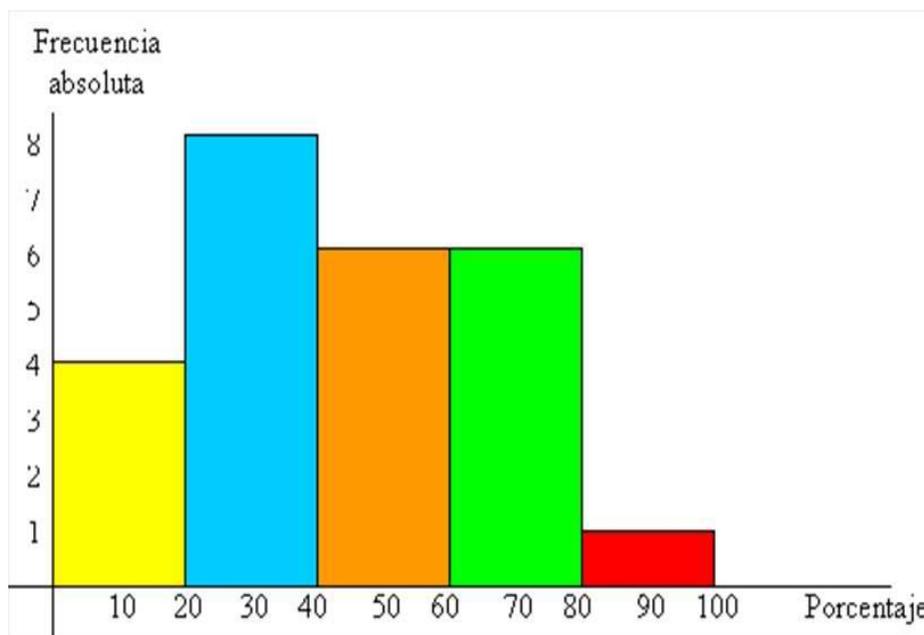
Depende de la intención de quien la construye. Si la comparación de categorías es lo más importante, podría utilizar una gráfica de barras. Si lo importante es observar la parte del total que está en una categoría en particular debería utilizar la gráfica de pastel.

Lección 8: Representación de Datos Cuantitativos

Los datos cuantitativos se presentan en una variedad de gráficas. A continuación, se muestran algunas gráficas para datos numéricos.

Histograma

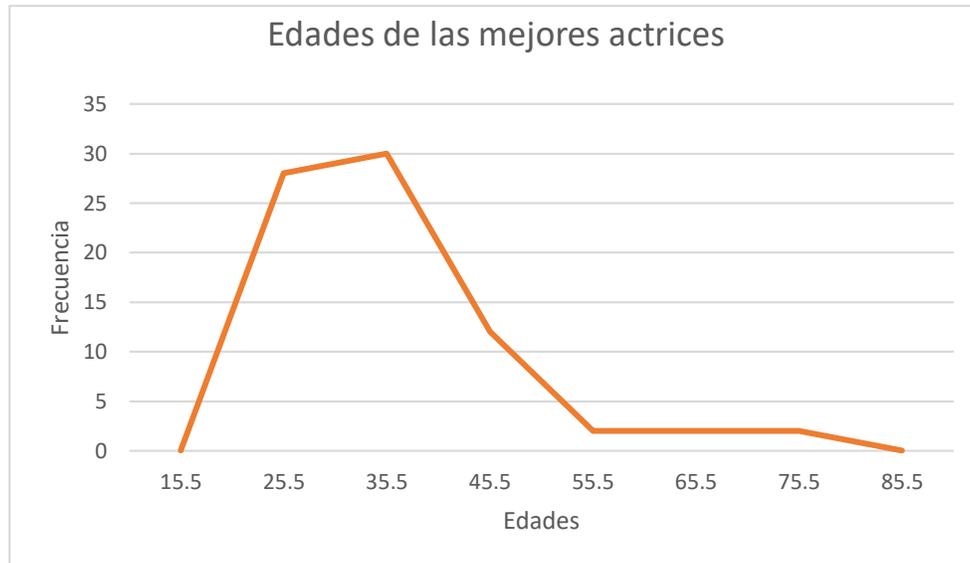
El histograma es una gráfica de barras para datos numéricos agrupados en los que las frecuencias o los porcentajes de cada grupo de datos numéricos están representados por barras individuales. En un histograma, no hay brechas entre las barras adyacentes como en la gráfica de barras de los datos categóricos. La variable que nos interesa se coloca a lo largo del eje x (horizontal). El eje y (vertical) representa la frecuencia o el porcentaje de los valores por intervalo de clase.



Polígono de frecuencias

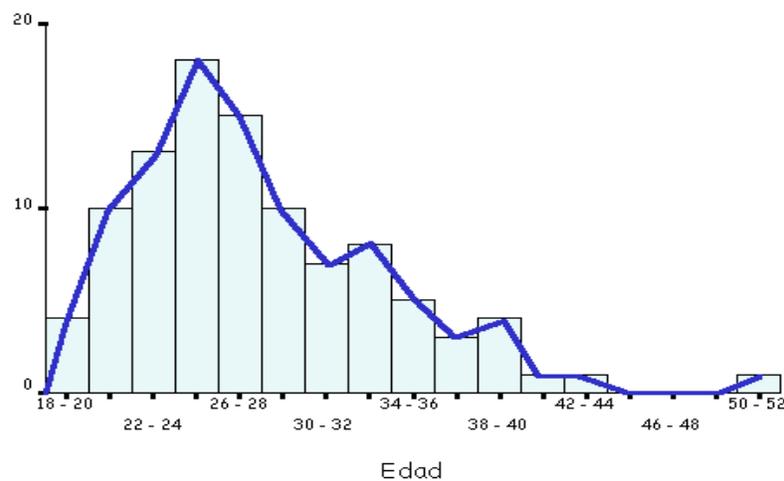
El polígono de frecuencias utiliza segmentos lineales conectados a puntos que se localizan directamente por encima de los valores de las marcas de clase. La gráfica inicia y termina sobre el eje horizontal. En el eje horizontal se pueden utilizar las marcas de clase y en el eje vertical las frecuencias. A continuación se presenta un polígono de frecuencias sobre las edades de las mejores actrices ganadoras del premio Óscar. Es importante observar que se tiene que añadir la marca de clase inferior a la primera clase

y la marca de clase superior a la última clase, ambas con una frecuencia igual a cero. De esta manera, el polígono será una figura cerrada formada por segmentos de rectas, tal y como indica su definición. Este polígono se realizó con el programa Excel.

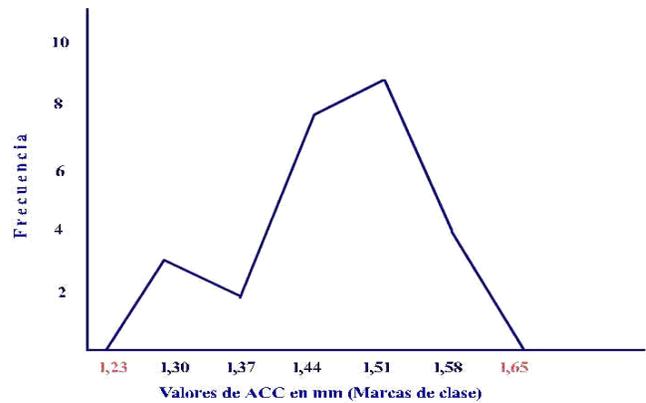


Otros ejemplos

En este ejemplo vemos un histograma y un polígono de frecuencias. En este ejemplo no se utilizaron las marcas de clase en el eje de x , se utilizaron las clases o intervalos.



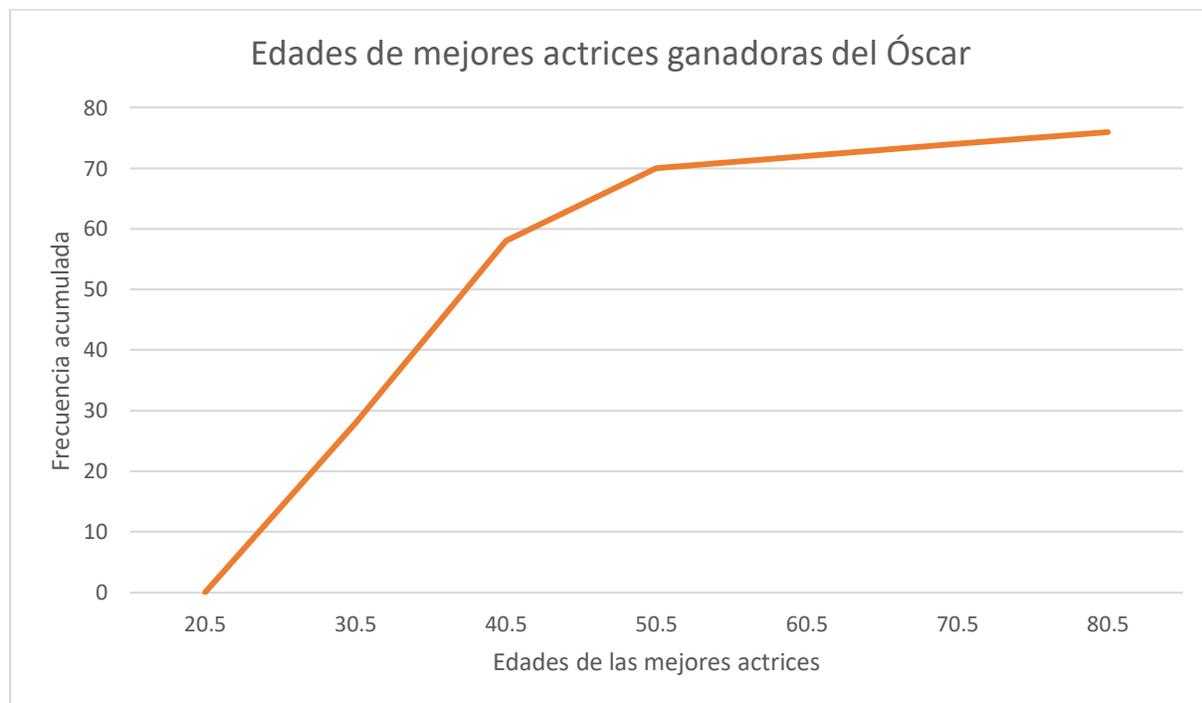
En este polígono de frecuencia las marcas de clases utilizan una coma por un punto. Las marcas de clase en rojo representan las marcas de clase que se añaden al conjunto de datos para poder cerrar el polígono.



Ojiva

La ojiva es una gráfica lineal que representa frecuencias acumulativas, de la misma forma que la distribución de frecuencias acumulativas. La ojiva utiliza fronteras de clase a lo largo del eje horizontal. La gráfica comienza en la frontera inferior de la primera clase y termina con la frontera superior de la última clase.

Las ojivas son útiles para determinar el número o por ciento de valores que se encuentran por debajo de un valor en específico.



La gráfica muestra que 70 de los valores son menores que 50.5 años.

Asignación Especial 2 (50 puntos)

- A. En una encuesta se preguntó a 150 ejecutivos cuál creían que era el error más común de los candidatos durante una entrevista de trabajo. Los resultados fueron los siguientes:

Razones	Porcentajes
Poco o ningún conocimiento de la compañía	44
Sin preparación para discutir sus planes profesionales	23
Escaso entusiasmo	16
Falta de contacto visual	5
Sin preparación para discutir sus habilidades o experiencias	3
Otras razones	9

1. Construir una gráfica de barras y una gráfica circular. (20 pts.)
 2. Si fuera un candidato en una entrevista de trabajo, ¿qué errores trataría de evitar especialmente? ¿Por qué? 10 pts.
- B. Construya un histograma para las edades de las mejores actrices que ganaron el premio Óscar. (La información está disponible en la Lección 5 del módulo). 10 pts.
- C. Construye un polígono de frecuencias para las edades de los mejores actores ganadores del premio Óscar, (la información se encuentra en la Práctica 4 de la Lección 5 del módulo). 10 pts.

Nota interesante

Florence Nightingale (1820 – 1910) es conocida como fundadora de la profesión de enfermería, aunque también salvó miles de vidas con el uso de la estadística. Cuando encontraba un hospital insalubre, mejoraba las condiciones y después utilizaba la estadística para convencer a otros de la necesidad de una reforma médica de mayor alcance. Ella diseñó gráficas originales para ilustrar que, durante la Guerra de Crimea, murieron más soldados como resultado de las condiciones insalubres que en combate. Florence Nightingale fue uno de los pioneros en el uso de la estadística social y de las técnicas gráficas.



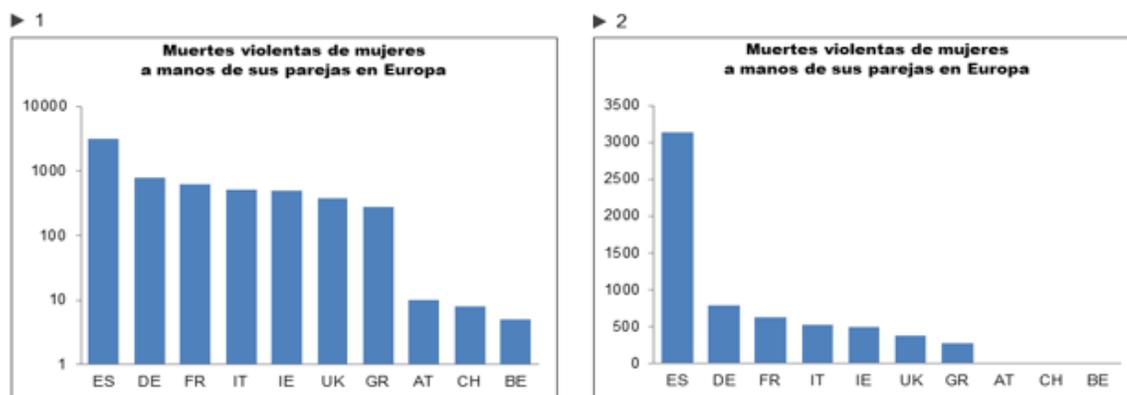
Florence Nightingale nació en Italia el 12 de mayo de 1820. A pesar de la oposición familiar, decidió consagrar su vida a la enfermería y a luchar por una mejor atención sanitaria y mejores condiciones de salubridad para todo el mundo. Su labor durante la Guerra de Crimea originó la leyenda de la Dama de la Lámpara y su experiencia en ese conflicto bélico fue lo que la impulsó a seguir adelante: investigando, escribiendo y haciendo campaña de forma incansable. Las ideas con visión de futuro y las reformas han influido en la propia naturaleza de la asistencia sanitaria moderna.

Gráficas engañosas

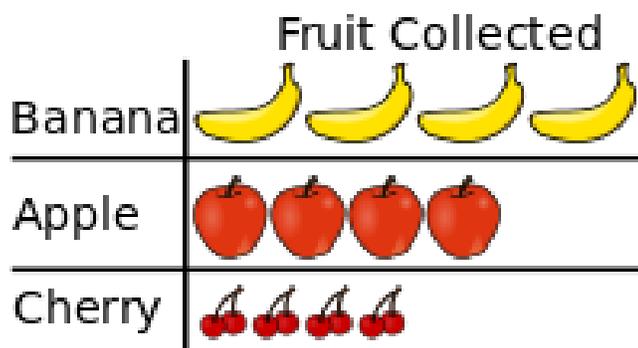
Las gráficas tienen un gran impacto en cómo entendemos un conjunto de datos. Si usamos el tipo apropiado de gráfica podemos comunicar los datos efectivamente; sin embargo, si usamos el tipo incorrecto de gráfica, los lectores no entenderán la que en realidad se pretende transmitir. Cuando leemos gráficas en los periódicos y en el internet, debemos asegurarnos de ver los ejes, la escala, y la presentación misma de los datos. Esto nos puede ayudar a identificar si la gráfica muestra correctamente el conjunto de datos.

Son varios los aspectos que pueden hacer que una gráfica luzca engañosa y debemos estar bien atentos para poder identificarlos.

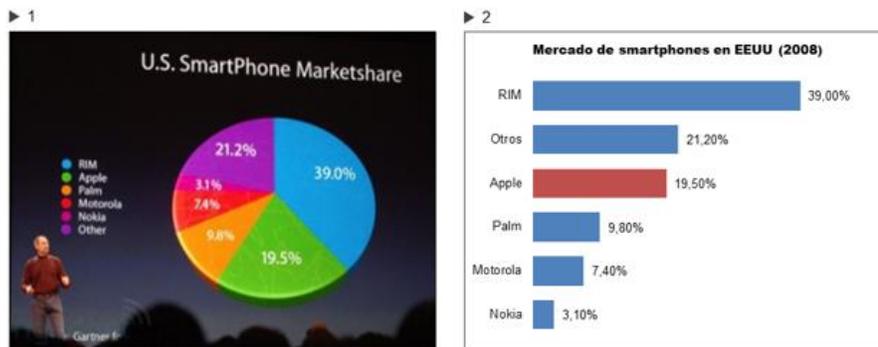
1. Escala – Los números en la escala no presentan la misma amplitud y nos hace pensar que un dato no difiere tanto de otro o que, por el contrario, difiere demasiado.



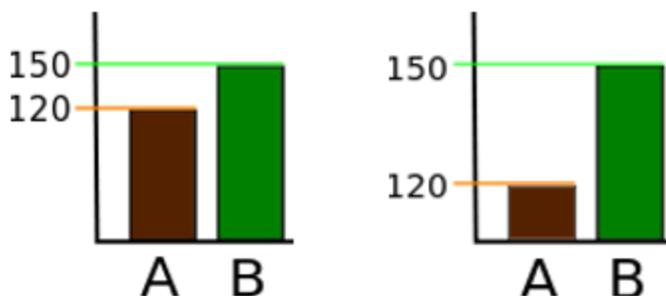
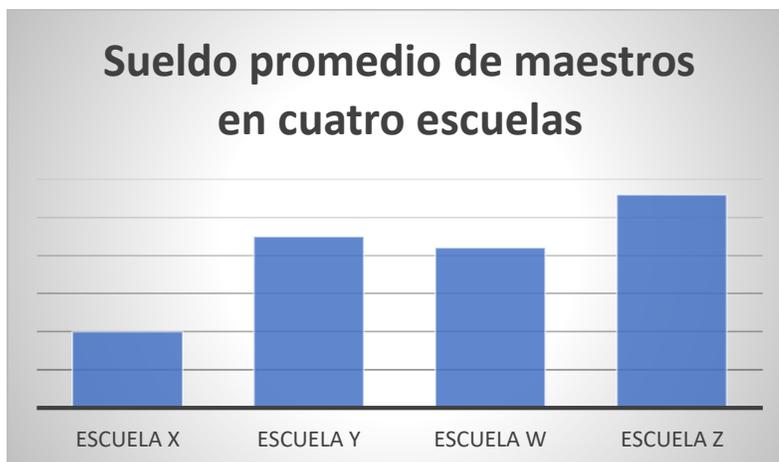
El pictograma da a entender que la cantidad de “cherry” es más pequeña que la cantidad de las demás frutas debido a su tamaño. La escala está incorrecta.



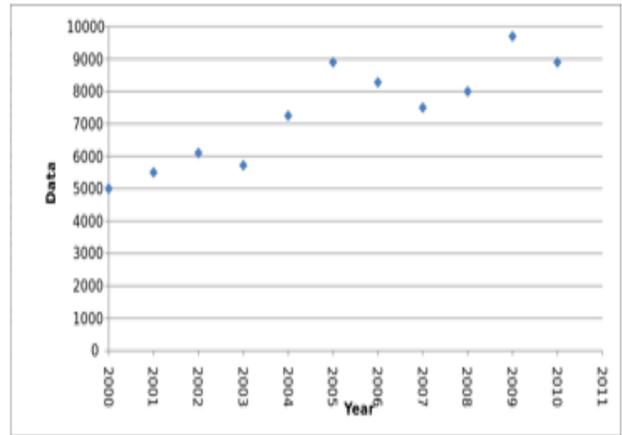
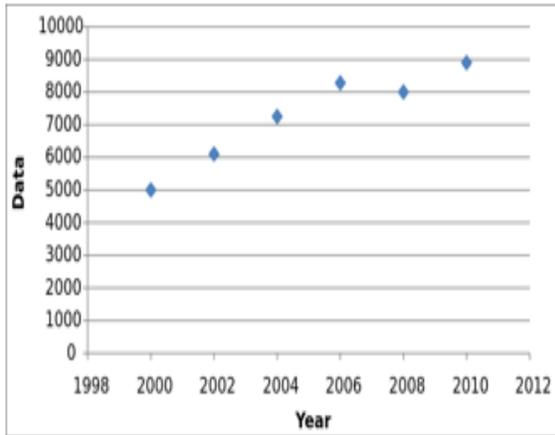
- Usar imágenes en 3D – Esto puede ocasionar un efecto visual que nos haga confundir los datos verdaderos.



- Obviar datos en uno de los ejes – En este caso se observa que la escala vertical no está presente, por lo tanto, no podemos saber cuál es la escala utilizada y podemos pensar los maestros de la Escuela Z ganan en promedio mucho más que los maestros de la escuela X.



4. Omitir datos – Esto podría ocultar información que puede perjudicar de alguna manera a los que presentan los datos.



Existen otras maneras para trabajar y construir gráficas engañosas, por lo que te invitamos a estudiar un poco más sobre este particular.

Vídeo sobre gráficas engañosas

<https://www.youtube.com/watch?v=RIzVilhbkvk>

Asignación Especial 3 Valor total 50 puntos

Recorta 5 gráficas que encuentres en el periódico. (10 pts.)

Luego analiza y explica brevemente de qué trata cada una. (15 pts.)

Determina si las gráficas (cada una) son engañosas y explica en qué consiste el engaño. (15 pts.)

Además, explica qué harías tú para evitar que sea engañosa y exprese la información correcta. (10 pts.)

Unidad 3 Medidas Descriptivas

Objetivos de la unidad

1. Conocer y determinar las medidas de tendencia central: media, mediana y moda.
2. Determinar cuándo debe evitarse el uso de la media.
3. Determinar la media ponderada de un conjunto de datos y su aplicación en la vida diaria.
4. Calcular el rango y rango intercuartil de un grupo de datos.
5. Calcular la varianza de un conjunto de datos para luego obtener la desviación estándar.
6. Calcular el coeficiente de variación e interpretar su significado.

Lección 9: Medidas de Tendencia Central

Cuando describimos, exploramos y comparamos conjuntos de datos, las siguientes características suelen ser sumamente importantes: centro, variación, distribución, valores extremos y cambios a través del tiempo. Es posible caracterizar cualquier conjunto de datos numéricos por la medición de su tendencia central, variación y forma. Cuando la gente habla de “promedio”, o “valor medio” o del “valor más común o frecuente”, se refiere de manera informal a la media, la mediana y la moda, tres medidas de tendencia central.

La media

Medida más común de la tendencia central. Es la medida en la que todos los valores desempeñan el mismo papel. Sirve como “punto de equilibrio” del conjunto de datos. Se calcula sumando todos los valores del conjunto de datos y divide el resultado por el número como considerados.

$$\text{media} = \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{\text{suma de todos los valores de la muestra}}{\text{número total de valores de la muestra}}$$

Cuando se utiliza la población completa, entonces no se utiliza la \bar{x} se utiliza el símbolo μ que significa media poblacional.

Ejemplo:

Se sabe que el plomo tiene algunos efectos dañinos graves en la salud. A continuación, se presentan cantidades de plomo (medidas en microgramos por metro cúbico o $\mu g/m^3$) en el aire. La Agencia de Protección Ambiental de Estados Unidos estableció un estándar de calidad del aire con respecto al plomo: un nivel máximo de $1.5 \mu g/m^3$. Las mediciones que se presentan a continuación se registraron en el edificio 5 del World Trade Center en distintos días, inmediatamente después de la destrucción causada por los ataques terroristas del 11 de septiembre de 2001. Calcule la media de esta muestra de niveles de plomo en el aire.

5.40 1.10 0.42 0.73 0.48 1.10

La media se calcula de la siguiente manera:

$$\bar{x} = \frac{5.40+1.10+0.42+0.73+0.48+1.10}{6} = \frac{9.23}{6} = 1.538$$

Notación importante para aprender	
Σ	Representa la suma de un conjunto de valores
x	Es la variable que generalmente se usa para representar los datos individuales
n	Representa el número de valores en una muestra
N	Representa el número de valores de una población
$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$	Es la media de un conjunto de valores muestrales
$\mu = \frac{\Sigma x}{N}$	Es la media de todos los valores de una población

Una de las desventajas de la media es su sensibilidad a cada valor, de tal forma que una puntuación excepcional puede afectarla de manera drástica. La media se ve afectada por valores muy altos y por valores muy bajos. La media actúa como punto de equilibrio, por eso cualquier “valor extremo” la va a afectar. Haremos una analogía: la media es como el juego de halar la soga, mientras más fuerza haya hacia un extremo los miembros

de esa parte de la sogá podrá ganar el juego. Esto significa que valores altos o bajos afectan la media. Cuando esto ocurre, entonces debemos pensar en otra medida de tendencia central como lo es la mediana.

La mediana

La mediana es el valor que divide en dos partes iguales a un conjunto de datos ya ordenados. La mediana no se ve afectada por los valores extremos, de manera que puede utilizarse cuando estén presentes. La mediana de un conjunto de datos es la medida de tendencia central que implica el valor intermedio, cuando los valores de los datos originales se presentan en orden de magnitud creciente (o decreciente). La mediana suele denotarse con \tilde{x} , se lee x con tilde.

Para calcular la mediana, primero se ordenan los valores (se acomodan en orden) y luego se sigue uno de los siguientes procedimientos:

1. Si el número de valores es impar, la mediana es el número que se localiza exactamente a la mitad de la lista.
2. Si el número de valores es par, la mediana se obtiene calculando la media de los dos números que están a la mitad.

Ejemplo: Verificación del plomo en el aire

Calcular la mediana de los valores presentados sobre la cantidad de plomo en el aire.

5.40 1.10 0.42 0.73 0.48 1.10

Primero debemos ordenar los valores (de menor a mayor)

0.42 0.48 0.73 1.10 1.10 5.40

Como el número de valores es par (6) entonces buscamos los números que quedan a la mitad y calculamos su media.

$$\text{mediana} = \tilde{x} = \frac{0.73 + 1.10}{2} = \frac{1.83}{2} = 0.915$$

Si comparamos la media y la mediana del mismo conjunto de valores observamos una diferencia mayor, lo cual se debe a que el valor 5.40 afecta la media.

La moda

La moda es el valor del conjunto de datos que aparece con mayor frecuencia. Los valores extremos no afectan la moda. La moda sólo se usa con propósitos descriptivos, ya que varía más de una muestra a otra que la media o la mediana. Puede que no exista moda o que haya varias modas.

Ejemplo

Si continuamos con el mismo ejemplo de los valores de plomo en el aire la moda es 1.10 microgramos por metro cúbico.

Cuando dos valores se presentan con la misma frecuencia y esta es la más alta, ambos valores son modas, por lo que el conjunto de datos es bimodal. Cuando más de dos valores se presentan con la misma frecuencia y esta es la más alta, todos los valores son modas, por lo que el conjunto de datos es multimodal. Por otro lado, cuando ningún valor se repite, se dice que no hay moda.

Práctica 6

A. Calcule las modas de los siguientes conjuntos de datos:

a. 5.40 1.10 0.42 0.73 0.48 1.10

b. 27 27 27 55 55 55 88 88 99

c. 1 2 3 6 7 8 9 10

B. En los siguientes conjuntos de datos, calcule la media y la mediana. Luego determine cuál medida es mejor para resumir los datos y por qué.

a. 21 21 24 25 22 26 100

b. 45 42 43 45 46 41 44

Media ponderada

En algunos casos, los valores varían de acuerdo con su grado de importancia, por lo que podemos ponderarlos y calcular la media ponderada de los valores x , una media que se obtiene asignando distintos pesos (w) a los valores, tal como se muestra a continuación:

$$\text{media ponderada: } \bar{x} = \frac{\sum(w \cdot x)}{\sum w}$$

La fórmula indica que debemos multiplicar cada peso w por el valor x correspondiente, luego sumar los productos y después dividir el total entre la sumatoria de los pesos w .

Ejemplo: Suponga que un maestro nos informa que cada calificación tendrá un peso determinado. Por lo que necesitamos conocer cómo se determina la media ponderada. Un estudiante obtiene las siguientes puntuaciones: 85, 90 y 75, donde la primera prueba cuenta el 20%, la segunda el 30% y la tercera puntuación es el 50%.

Las x son: 85, 90 y 75.

Las w son: 20, 30 y 50.

Busquemos la media ponderada:

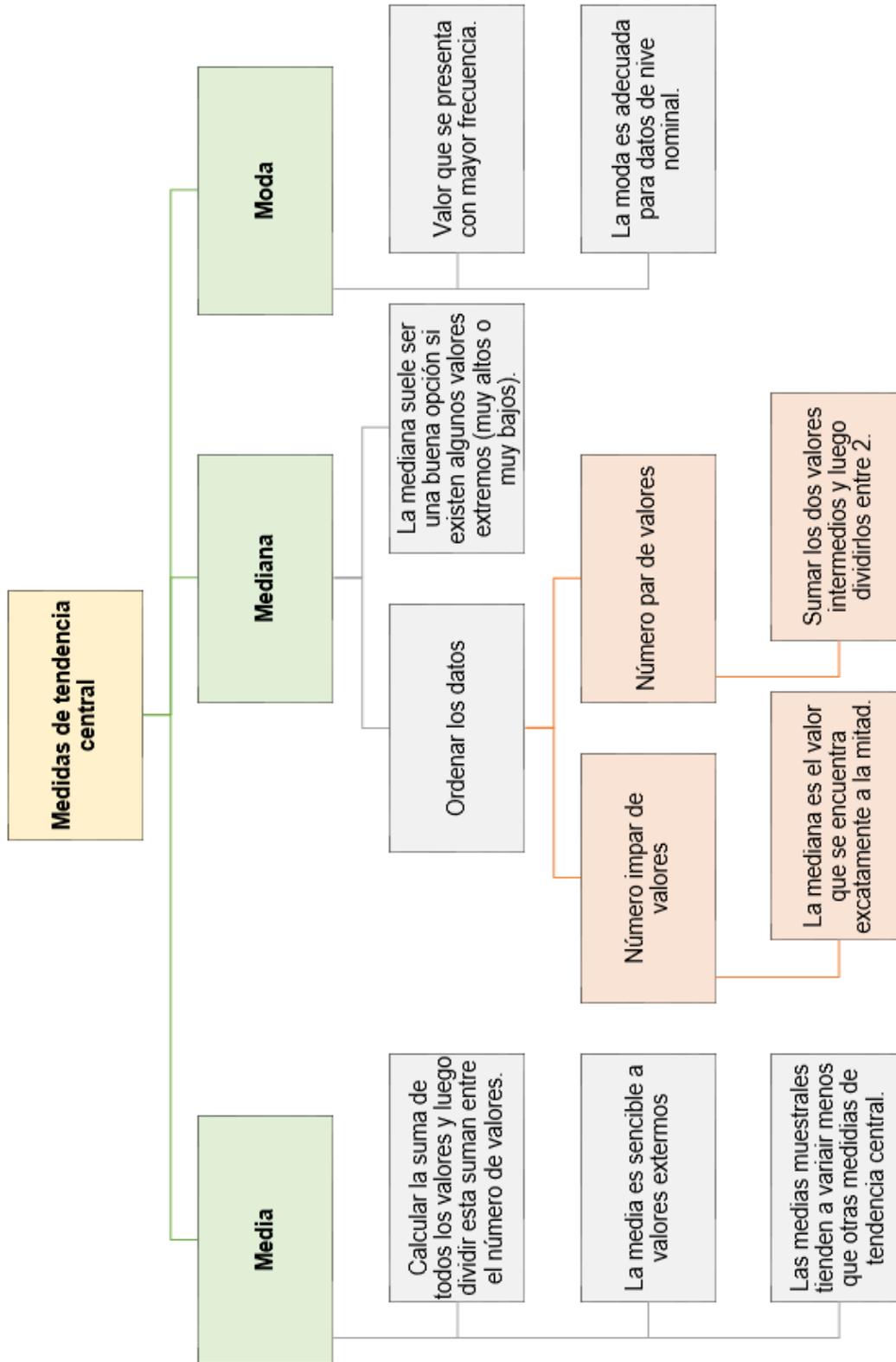
$$\bar{x} = \frac{\sum(w \cdot x)}{\sum w} = \frac{(20 \cdot 85) + (30 \cdot 90) + (50 \cdot 75)}{20 + 30 + 50} = \frac{8150}{100} = 81.5$$

De acuerdo con los datos, la media ponderada es 81.5%.

¿Cuál es la mejor medida de tendencia central?

Lamentablemente, no existe una respuesta única a esa pregunta, porque no hay criterios objetivos para determinar la medida más representativa para todos los conjuntos de datos. Las diferentes medidas de tendencia central ofrecen diversas ventajas y desventajas. La media es relativamente confiable, de manera que cuando se seleccionan muestras de la misma población, las medias muestrales tienden a ser más consistentes que otras medidas de tendencia central.

Resumen de las medidas de tendencia central



Este diagrama resume las medidas de tendencia central y nos permite observar cuándo es mejor utilizar una u otra medida, solamente dependerá del tipo de datos que tengamos y la intención con la que se realiza el estudio o análisis.

Práctica 7

A. Calcular la media, la mediana y la moda de los datos muestrales, luego responder a las preguntas.

1. Algunos estudiantes de Estadística participaron de un experimento con el fin de probar su capacidad para determinar el transcurso de un minuto (60 segundos) contando. A continuación, se muestran los resultados de 8 participantes. Identifique al menos una buena razón por la que la media de esta muestra no sería un buen estimado del promedio de la población de adultos.

53 52 85 62 68 58 49 49

2. Se realizó un experimento para determinar si una deficiencia de dióxido de carbono en la tierra afecta los fenotipos de los guisantes. A continuación, se indican los códigos de los fenotipos: 1 = amarillo, 2 = verde claro, 3 = amarillo oscuro y 4 = verde oscuro. ¿Se pueden obtener medidas de tendencia central para estos valores? ¿Los resultados tiene algún sentido? ¿Cuál es la mejor medida de tendencia central?

B. A continuación, se presentan las puntuaciones obtenidas por un alumno en una prueba de estadística con sus pesos correspondientes. Determinar la media ponderada.

85 con un peso de 25%

82 con un peso de 10%

93 con un peso de 15%

72 con un peso de 15%

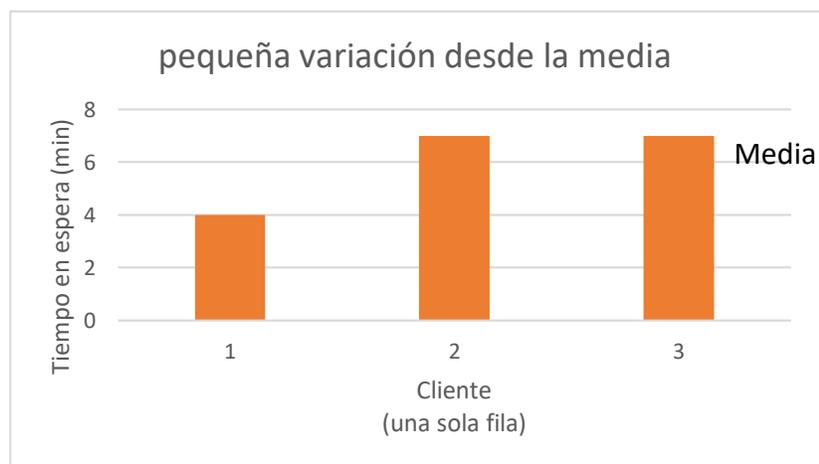
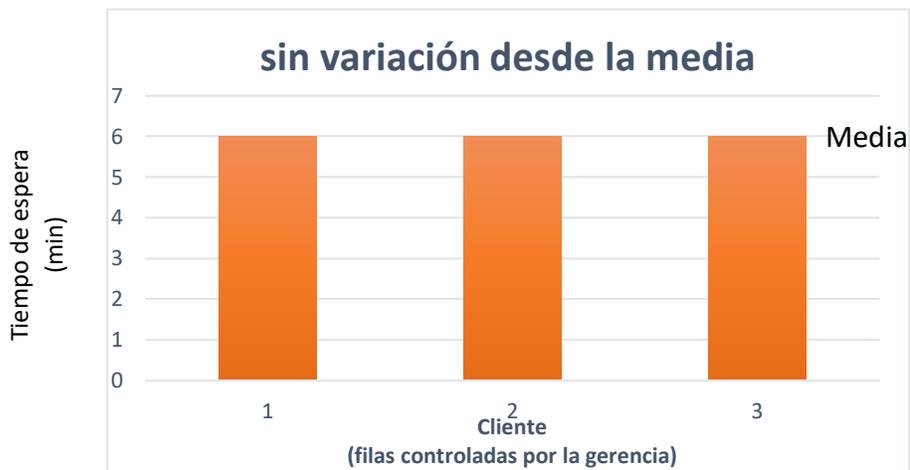
65 con un peso de 30%

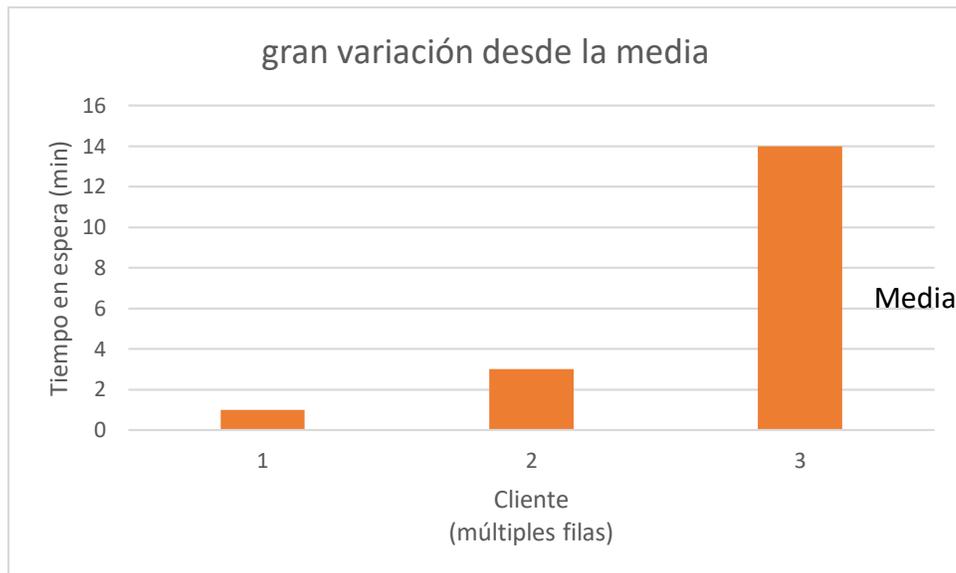
100 con un peso de 5%

Lección 10: Medidas de variabilidad o dispersión

Uno de los conceptos más relevante en Estadística es la variación. Veamos un ejemplo muy interesante sobre el escenario en tres bancos.

Banco	Tiempos de espera en cada fila		
1: filas variables	6	6	6
2: una sola fila	4	7	7
3: múltiples filas	1	3	14





En los tres casos la media es la misma, 6, sin embargo, observamos en el caso 1 los tiempos de espera no varían, los tres clientes esperan lo mismo 6 minutos, lo cual coincide con la media. En el caso 2, los clientes esperan un poquito menos en una de las filas y un poquito más en las otras dos, ocasionando una pequeña variación desde la media. Pero en el tercer caso, el tiempo de espera de los clientes del banco fluctúa o varía mucho, por eso es por lo que, aunque la media se la misma la variación o dispersión no lo es. Para estos casos la media no es la mejor medida para analizar los tiempos de espera de los clientes, necesitamos las medidas de variación.

Ahora estudiaremos algunas formas específicas para medir la variación, de manera que podamos utilizar números específicos en vez de juicios subjetivos.

La primera medida de variación y la más sencilla es el rango.

Rango

El rango de un conjunto de datos es la diferencia entre el valor máximo (mayor) y el valor mínimo (menor).

$$\text{rango} = \text{valor máximo} - \text{valor mínimo}$$

Calculemos el rango de los tiempos de espera en los tres bancos mencionados.

Banco 1: $rango = 6 - 6 = 0 \text{ min}$

Banco 2: $rango = 7 - 4 = 3 \text{ min}$

Banco 3: $rango = 14 - 1 = 13 \text{ min}$

Observamos que el mayor rango lo tiene el banco 3, esto significa que la variación es mayor.

Es muy fácil calcular el rango, pero como depende únicamente de los valores máximo y mínimo, no es tan útil como otras medidas de variación que incluyen cada valor. Conozcamos a la varianza y a la desviación estándar.

La varianza y la desviación estándar son dos medidas de la variación muy utilizadas para tomar en cuenta cómo se distribuyen los datos. Estos estadísticos miden la dispersión “promedio” alrededor de la media, es decir, qué tanto varían los valores más grandes que están por encima de la media y cómo se distribuyen los valores menores que están por debajo de ella.

La varianza

Una medida simple de la variación alrededor de la media consideraría la diferencia entre cada uno de los valores y la media, y luego las sumaría. Sin embargo, si hiciéramos eso, descubriríamos que la media es el punto de equilibrio de un conjunto de datos y tales diferencias sumarían cero en todos los conjuntos de datos.

Una medida de variación que sería distinta de un conjunto de datos a otro consistiría en elevar al cuadrado la diferencia entre cada uno de los valores y la media, y después sumarlas. En estadística esta cantidad se llama **suma de cuadrados**. Esta suma se divide entre el número de valores menos 1 (para datos de una muestra) lo que daría un resultado conocido como **varianza de la muestra**. Este valor nunca será negativo.

La varianza de la muestra estará representada por S^2 .

$$S^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

Donde \bar{X} es la media n es el tamaño de la muestra X_i cada valor en la muestra

$\sum(X_i - \bar{X})^2 =$ sumatoria de los cuadrados de todas las diferencias entre los valores de X y la \bar{X} .

Si obtenemos la raíz cuadrada de la varianza tendremos entonces la desviación estándar.

La desviación estándar

La desviación estándar de un conjunto de valores muestrales es la medida de variación de los valores con respecto a la media. Es un tipo de desviación promedio de los valores con respecto a la media, que se calcula obteniendo la raíz cuadrada de la varianza.

Algunas propiedades de la desviación estándar:

1. La desviación estándar es una medida de variación de todos los valores con respecto a la media.
2. El valor de la desviación estándar S generalmente es positivo. Solamente es cero cuando todos los valores de los datos son iguales. Nunca es negativa. Los valores grandes implican mayor dispersión.
3. El valor de la desviación estándar puede aumentar drásticamente si se incluyen valores extremos (valores de datos que se encuentran muy lejos de los demás).
4. Las unidades de la desviación estándar (como minutos, pies, libras, etc.) son las mismas de los datos originales.

Ejemplo: Calculemos la varianza y la desviación estándar para los datos de los tiempos de espera en los tres bancos antes mencionados.

Banco	Tiempos de espera en cada fila		
1: filas variables	6	6	6
2: una sola fila	4	7	7
3: múltiples filas	1	3	14

Es conveniente trabajar en una tabla

Banco	Tiempos (x)	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
1	6	$6 - 6 = 0$	0
	6	$6 - 6 = 0$	0
	6	$6 - 6 = 0$	0
	$\bar{x} = \frac{6 + 6 + 6}{3} = \frac{18}{3} = 6$		$\sum (x - \bar{x}) = 0 + 0 + 0 = 0$
2	4	$4 - 6 = -2$	$(-2)^2 = 4$
	7	$7 - 6 = 1$	$1^2 = 1$
	7	$7 - 6 = 1$	$1^2 = 1$
	$\bar{x} = \frac{4 + 7 + 7}{3} = \frac{18}{3} = 6$		$\sum (x - \bar{x}) = 4 + 1 + 1 = 6$
3	1	$1 - 6 = -5$	$(-5)^2 = 25$
	3	$3 - 6 = -3$	$(-3)^2 = 9$
	14	$14 - 6 = 8$	$(8)^2 = 64$
	$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 14}{3} = \frac{18}{3} = 6$		$\sum (x - \bar{x}) = 25 + 9 + 64 = 98$

Calculemos la varianza

$$S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{0}{2} = 0$$

$$S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{6}{2} = 3$$

$$S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{98}{2} = 49$$

Calculemos la desviación estándar

$$\sqrt{0} = 0 \text{ min} \quad \text{no hay dispersión}$$

$$\sqrt{3} = 1.73 \text{ min} \quad \text{dispersión menor}$$

$$\sqrt{49} = 7 \text{ min} \quad \text{dispersión mayor}$$

Práctica 8

A continuación, se presentan varios conjuntos de datos. Calcular el rango, la varianza y la desviación estándar en cada conjunto.

a. 7 4 9 8 2

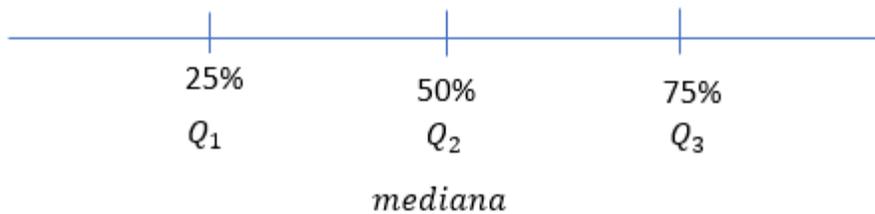
b. 7 -5 -8 7 9

c. 4 6 9 12 3 5 7 10

d. 10 6 8 10 5 2 1

Cuartiles

Los cuartiles dividen a un conjunto de datos en cuatro partes iguales: el primer Q_1 separa al 25%, que abarca a los valores más pequeños, del 75% restante, constituido por los que son mayores. El segundo cuartil Q_2 es la mediana: 50% de sus valores son menores que la mediana y 50% son mayores. El tercer cuartil Q_3 separa el 25%, que abarca a los valores más grandes, del 75%, restante constituido por los que son menores.



Hay que tomar en cuenta si la cantidad de datos es un número par o un número impar. Por eso, para obtener los cuartiles se determina primero si la cantidad es par o impar y se decide cuál de los procedimientos se debe utilizar.

Primer cuartil Q_1

El 25% de los valores son menores que el primer cuartil Q_1 , y el 75% son mayores que el primer cuartil Q_1 .

Cantidad de datos par	Cantidad de datos impar
$Q_1 = \frac{n}{4}$	$Q_1 = \frac{n+1}{4}$
$Q_3 = \frac{3n}{4}$	$Q_3 = \frac{3(n+1)}{4}$

Los números que se obtienen con estas ecuaciones o fórmulas nos darán **la posición** del dato que queremos. Esto es lo que se conoce como **valor clasificado**.

Ejemplo: Edades de los estudiantes del equipo de baloncesto de la escuela (*varsity*)

15 12 13 16 17 18 17 16 17 16 15 18 16

Determinar el cuartil uno Q_1 y el cuartil tres Q_3 .

Vamos a trabajarlo por pasos.

Paso 1: Para obtener los cuartiles, lo primero que debemos hacer es colocar los datos en orden.

12 13 15 15 16 16 16 16 17 17 17 18 18

Paso 2: Contar los datos y determinar si la cantidad es un número par o impar. Hay 13 datos, por lo tanto, el número es impar.

Paso 3: Determinar la fórmula a utilizar para cada cuartil y desarrollarla:

$$Q_1 = \frac{n+1}{4} = \frac{13+1}{4} = \frac{14}{4} = 3.5$$

$$Q_3 = \frac{3(n+1)}{4} = \frac{3(13+1)}{4} = \frac{3(14)}{4} = \frac{42}{4} = 10.5$$

Paso 4: Buscar la posición de acuerdo con la solución obtenida.

Regla 1. Si el resultado es un número entero, entonces el cuartil es igual al valor clasificado. Por ejemplo, si el tamaño de la muestra es 7, entonces el primer cuartil es $Q_1 = \frac{7+1}{4} = \frac{8}{4} = 2$. Esto quiere decir que el cuartil uno será el dato que ocupe la segunda posición.

Regla 2. Si el resultado es una fracción de mitad (son todos los números que tiene .5 después del entero como, 1.5, 2.5, 3.5, 4.5, etc.), entonces el cuartil es igual al promedio de los valores clasificados correspondientes. Si el resultado obtenido es 3.5, entonces el cuartil será el promedio entre el tercero y cuarto lugar.

Regla 3. Si el resultado no es un número entero ni fracción de mitad, entonces se redondea al entero más cercano y se selecciona ese valor clasificado. Si el número obtenido es 2.8, entonces se redondea a 3 y el cuartil será el dato que ocupe la tercera posición.

Paso 5: Determinar los cuartiles

$Q_1 = 3.5$ es una fracción de mitad, localizamos los datos de las posiciones tercera y cuarta y, buscamos su promedio o media.

12 13 15 15 16 16 16 16 17 17 17 18 18

$$\bar{x} = \frac{15+15}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

El cuartil uno es 15 años, $Q_1 = 15$ años

$Q_3 = 10.5$ es una fracción de mitad, localizamos la posición 10 y la 11 y obtenemos su promedio o media.

12 13 15 15 16 16 16 16 17 17 17 18 18

$$\bar{x} = \frac{17+17}{2} = \frac{34}{2} = 17$$

El cuartil tres es 17 años, $Q_3 = 17$ años

Rango intercuartil

El rango mide la distribución total del conjunto de datos. Aunque el rango es una medida simple de la variación total de los datos, no toma en cuenta cómo se distribuyen los datos entre los valores menor y mayor. En otras palabras, el rango no indica si los valores no están distribuidos de manera uniforme a todo lo largo del conjunto de datos, agrupados cerca de la media o agrupados cerca de uno o ambos extremos.

De esta manera, resulta engañoso utilizar el rango como medida de la variación cuando al menos uno de los valores es extremo. En este caso se recomienda utilizar el rango

intercuartil. El **rango intercuartil** (también llamado **dispersión media**) es la diferencia entre el tercer y primer cuartil de un conjunto de datos. El rango intercuartil mide la dispersión en la mitad (parte central) de los datos, así que no se ve influido por los valores extremos.

$$\text{Rango intercuartil} = Q_3 - Q_1$$

Para determinar el rango intercuartil de las edades de los estudiantes del *varsity* de baloncesto.

$\text{rango intercuartil} = 17 - 15 = 2 \text{ años}$ El intervalo de 15 a 17 años se denomina la **mitad media**.

Coefficiente de variación

A diferencia de las medidas de la variación antes expuestas, el coeficiente de variación es una medida relativa de la variación que siempre se expresa como porcentaje, más que en términos de las unidades de los datos en particular.

El coeficiente de variación, que se denota con el símbolo CV , mide la dispersión de los datos con respecto a la media. El coeficiente de variación es muy útil al comparar dos o más conjuntos de datos medidos con diferentes unidades.

El coeficiente de variación es igual a la desviación estándar dividida por la media, multiplicada por 100%.

$$CV = \left(\frac{S}{\bar{X}} \right) 100\%$$

Veamos un ejemplo:

El gerente de operaciones de un servicio de entrega de paquetes está pensando si es conveniente adquirir una nueva flota de camiones. Al guardar los paquetes en los camiones para su entrega hay que tomar en cuenta dos características principales: el

peso (en libras) y el volumen (en pies cúbicos) de cada artículo. El gerente de operaciones toma una muestra de 200 paquetes, y encuentra la siguiente información:

Peso (en libras)	Volumen (en pies cúbicos)
Media = 26.0 libras	Media = 8.8 pies cúbicos
Desviación estándar = 3.9 libras	Desviación estándar = 2.2 pies cúbicos

Con esta información, podemos determinar el coeficiente de variación para el peso y el coeficiente de variación para el volumen, luego comparar ambos.

Como las unidades difieren para el peso y volumen, el gerente de operaciones debe comparar la variabilidad relativa en ambos tipos de medidas.

Coeficiente de variación para el peso

Coeficiente de variación para el volumen

$$CV = \left(\frac{s}{\bar{x}}\right) 100\%$$

$$CV = \left(\frac{s}{\bar{x}}\right) 100\%$$

$$CV = \left(\frac{3.9}{26.0}\right) 100\%$$

$$CV = \left(\frac{2.2}{8.8}\right) 100\%$$

$$CV = (0.15)100\%$$

$$CV = (0.25)100\%$$

$$CV = 15\%$$

$$CV = 25\%$$

Con relación a las unidades, estas desaparecen porque se divide la desviación entre la media y ambas tienen las mismas unidades por eso se cancelan. El objetivo es que quede un porcentaje.

Estos porcentajes significan que el volumen de los paquetes es más variable que los pesos, por lo tanto, el gerente de operaciones debe tomar en cuenta el volumen de los paquetes para la compra de la nueva flota de camiones.

Práctica 9

A. Dados los siguientes datos sobre las puntuaciones de 10 estudiantes en un Examen de Estadística determinar lo siguiente:

84 85 71 60 87 90 91 45 88 82

1. Cuartil uno
2. Cuartil tres
3. Rango intercuartil
4. La media
5. La desviación estándar
6. Coeficiente de variación.

B. Dados las puntuaciones de 10 estudiantes en una prueba de español determinar lo siguiente:

85 82 83 87 91 92 93 90 88 87

1. Media
2. Desviación estándar
3. Coeficiente de variación

C. Contestar la siguiente pregunta: ¿Cómo comparan ambos conjuntos de datos?
¿A qué conclusiones llega?

Resumen de las características del rango, del rango intercuartil, de la varianza y de la desviación estándar.

- ❖ Cuando más esparcidos o dispersos están los datos, son mayores el rango, el rango intercuartil, la varianza y la desviación estándar.
- ❖ Cuando más concentrados u homogéneos son los datos, son menores el rango, el rango intercuartil, la varianza y la desviación estándar.
- ❖ Si todos los valores son iguales (de tal manera que no hay variación de los datos), el rango, el rango intercuartil, la varianza y la desviación estándar son iguales a cero.
- ❖ Ninguna de las medidas de la variación puede ser negativa.

Prueba 3 Valor total 50 puntos

Parte I. Pareo (10 pts.)

- | | |
|---|-----------------------------|
| ___1. Diferencia entre el valor mayor y el menor. | A. Primer cuartil |
| ___2. Valor más frecuente. | B. Mediana |
| ___3. Medida relativa de la variación. | C. Tercer cuartil |
| ___4. Ayuda a conocer de qué manera se distribuyen los datos alrededor de la media. | D. Varianza |
| ___5. Es el cuadrado de la desviación estándar. | E. Media |
| ___6. Valor intermedio en un conjunto de datos. | F. Moda |
| ___7. Una de cuatro partes en que se dividen los datos. | G. Rango |
| ___8. Deja por debajo el 25% de los datos. | H. Desviación estándar |
| ___9. Medida más común de la tendencia central. | I. Coeficiente de variación |
| ___10. Deja por encima el 25% de los datos. | J. Cuartiles |

Parte II. Los siguientes datos representan el costo diario de una habitación de hotel y la renta de un automóvil en 10 ciudades de Estados Unidos durante una semana en 2003.

Ciudad	Hoteles (\$)	Automóviles (\$)
San Francisco	205	47
Los Ángeles	179	41
Seattle	185	49
Phoenix	210	38
Denver	128	32
Dallas	145	48
Houston	177	49
Chicago	221	56
Orlando	198	41
Miami	158	40

Para cada una de las variables (costo de hotel y costo de auto):

1. Calcule la media, la mediana, la moda, primero y tercer cuartiles. 12 pts.
2. Calcule la varianza y la desviación estándar, el rango, el rango intercuartil para ambas variables. 10 pts.
3. Calcule el coeficiente de variación para ambas variables. 8 pts.
4. Con base en los resultados, ¿a qué conclusiones llega? 5 pts.
5. Si los costos de hotel y de automóvil en estas ciudades estuvieran iguales, ¿a qué ciudad te gustaría viajar y por qué? Debes utilizar los datos obtenidos para contestar. 5 pts.

CLAVES DE RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS DE PRÁCTICA

Práctica 1

Parte I

1. Conglomerado
2. Conveniencia
3. Estratificado
4. Sistemática
5. Aleatoria simple

Práctica 2

A.

1. Parámetro
2. Estadístico

B.

1. Población: Senadores del Congreso

Muestra: 25 senadores del Congreso

La muestra parece ser representativa de la población.

2. Población: Adultos

Muestra: 500 adultos que conoce

La muestra no es representativa de la población, se realizó por conveniencia.

C.

- | | | |
|-------------|-------------|-------------|
| 1. discreto | 4. discreto | 7. discreto |
| 2. continuo | 5. Continuo | 8. continuo |
| 3. discreto | 6. continuo | |

Práctica 3

A.

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1. Nominal | 5. Ordinal |
| 2. Nominal | 6. De intervalo |
| 3. De razón | 7. Nominal |
| 4. De intervalo | 8. Ordinal |

B.

El nivel de intervalo no tiene punto de partida o cero natural, mientras que el nivel de razón sí lo tiene, por eso las razones tienen sentido.

Práctica 4

- A. 1. 29 30 30 31 32 32 32 34 34 34
- 35 35 36 36 36 37 37 37 38 38
- 38 38 39 39 39 40 40 40 41 41
- 41 41 41 41 42 42 42 42 42 42
- 43 43 43 43 44 44 44 45 45 45
- 46 47 47 47 48 49 49 49 51 51
- 52 52 52 52 53 54 56 56 57 57
- 60 60 62 62 62 76

2.

Edad (x)	f	cf	cP	rf
69 - 78	1	76	100 %	0.01
59 - 68	5	75	98.68 %	0.07
49 - 58	15	70	92.11 %	0.20
39 - 48	33	55	72.37 %	0.43
29 - 38	22	22	29.95 %	0.29

3. Hay 5 clases
4. En la clase de 39 – 48, lo cual corresponde al 43% (frecuencia relativa)
5. Por debajo de 49 está el 72.37% de las edades (frecuencia acumulada)

B.

1. Se puede observar que mientras más joven es la actriz mejores posibilidades tiene de ganar el premio.
2. Las actrices más jóvenes.

C.

Anchura de clase = 5

Marcas de clase: 37, 42, 47, 52, 57, 62, 67.

Fronteras de clase: 39.5, 44.5, 49.5, 54.5, 59.5, 64.5, 69.5.

Práctica 5

- a. 15, 15, 18, 18, 20, 20, 20, 20, 20, 21, 22, 22, 25, 25, 25, 25, 25, 26, 28, 29, 30, 30, 30

b.

<u>Tallos</u>	Hojas
1	5 5 8 8
2	0 0 0 0 0 1 2 2 5 5 5 5 5 5 6 8 9
3	0 0 0

- c. El diagrama de tallo y hojas porque resulta más sencillo y rápido ver dónde se concentra la mayor parte de los datos.
- d. Alrededor de \$20 y \$25. Estos datos son los que más se repiten.

Práctica 6

A.

- a. 1.10
- b. 27 y 55
- c. No hay moda

B.

- a. Media = 34.14
Mediana = 24

Es mejor utilizar la mediana, ya que la media se afecta por el valor extremo.

- b. Media = 43.71
Mediana = 44

En este caso es mejor utilizar la media, ya que toma en cuenta todos los valores y no están afectados por valores extremos.

Práctica 7

A.

- 1. Moda = 49
Mediana = 55.5
Media = 59.5

Porque la media está afectada por un valor que se alejó mucho de los demás.

- 2. Sí, se pueden obtener las medidas de tendencia central de los datos, pero no tienen ningún sentido. Solamente tiene sentido la moda porque los datos son nominales.

B. La media ponderada es 78.7%

Práctica 8

- | | | |
|---------------|-----------------|----------------------------|
| a. Rango = 7 | Varianza = 8.5 | Desviación estándar = 2.92 |
| b. Rango = 17 | Varianza = 62 | Desviación estándar = 7.87 |
| c. Rango = 9 | Varianza = 9.71 | Desviación estándar = 3.12 |
| d. Rango = 9 | Varianza = 13 | Desviación estándar = 3.61 |

Práctica 9

A.

1. Cuartil uno = 65.5
2. Cuartil tres = 87.5
3. Rango intercuartil = 22
4. Media = 78.3
5. Desviación estándar = 15.11
6. Coeficiente de variación = 19.30 %

B.

1. Media = 87.8
2. Desviación estándar = 3.74
3. Coeficiente de variación = 4,26 %

C. Las puntuaciones en Estadística son más variables que las [puntuaciones en Español. Esto se puede observar comparando las dos desviaciones estándares y el coeficiente de variación. Tal vez se debe a que hay más puntuaciones bajas en Estadística que en Español, lo cual afecta la media.

REFERENCIAS

Mario F. Triola. Estadística. Décima edición, 2009 por Pearson Educación de México

Berenson, M., Krehbiel, T. y Levine, D. Estadística para la administración. Cuarta edición, 2006 por Pearson Educación de México

www.operacionexito.com

<https://www.netquest.com>

<https://biblioteca.ua.es/es/documentos/politecnica/exposiciones/florence-nightingale/triptico-florence-nightingale.pdf>

<https://www.freepik.com/>

Estimada familia:

El Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) tiene como prioridad el garantizar que a sus hijos se les provea una educación pública, gratuita y apropiada. Para lograr este cometido, es imperativo tener presente que los seres humanos son diversos. Por eso, al educar es necesario reconocer las habilidades de cada individuo y buscar estrategias para minimizar todas aquellas barreras que pudieran limitar el acceso a su educación.

La otorgación de acomodados razonables es una de las estrategias que se utilizan para minimizar las necesidades que pudiera presentar un estudiante. Estos permiten adaptar la forma en que se presenta el material, la forma en que el estudiante responde, la adaptación del ambiente y lugar de estudio y el tiempo e itinerario que se utiliza. Su función principal es proveerle al estudiante acceso equitativo durante la enseñanza y la evaluación. Estos tienen la intención de reducir los efectos de la discapacidad, excepcionalidad o limitación del idioma y no, de reducir las expectativas para el aprendizaje. Durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, se debe tener altas expectativas con nuestros niños y jóvenes.

Esta guía tiene el objetivo de apoyar a las familias en la selección y administración de los acomodados razonables durante el proceso de enseñanza y evaluación para los estudiantes que utilizarán este módulo didáctico. Los acomodados razonables le permiten a su hijo realizar la tarea y la evaluación, no de una forma más fácil, sino de una forma que sea posible de realizar, según las capacidades que muestre. El ofrecimiento de acomodados razonables está atado a la forma en que su hijo aprende. Los estudios en neurociencia establecen que los seres humanos aprenden de forma visual, de forma auditiva o de forma kinestésica o multisensorial, y aunque puede inclinarse por algún estilo, la mayoría utilizan los tres.

Por ello, a continuación, se presentan algunos ejemplos de acomodados razonables que podrían utilizar con su hijo mientras trabaja este módulo didáctico en el hogar. Es importante que como madre, padre o persona encargada en dirigir al estudiante en esta tarea los tenga presente y pueda documentar cuales se utilizaron. Si necesita más información, puede hacer referencia a la **Guía para la provisión de acomodados razonables** (2018) disponible por medio de la página www.de.pr.gov, en educación especial, bajo Manuales y Reglamentos.

GUÍA DE ACOMODOS RAZONABLES PARA LOS ESTUDIANTES QUE TRABAJARÁN BAJO MÓDULOS DIDÁCTICOS

Acomodos de presentación	Acomodos en la forma de responder	Acomodos de ambiente y lugar	Acomodos de tiempo e itinerario
<p>Cambian la manera en que se presenta la información al estudiante. Esto le permite tener acceso a la información de diferentes maneras. El material puede ser presentado de forma auditiva, táctil, visual o multisensorial.</p>	<p>Cambian la manera en que el estudiante responde o demuestra su conocimiento. Permite a los estudiantes presentar las contestaciones de las tareas de diferentes maneras. Por ejemplo, de forma verbal, por medio de manipulativos, entre otros.</p>	<p>Cambia el lugar, el entorno o el ambiente donde el estudiante completará el módulo didáctico. Los acomodos de ambiente y lugar requieren de organizar el espacio donde el estudiante trabajará.</p>	<p>Cambian la cantidad de tiempo permitido para completar una evaluación o asignación; cambia la manera, orden u hora en que se organiza el tiempo, las materias o las tareas.</p>
<p>Aprendiz visual:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Usar letra agrandada o equipos para agrandar como lupas, televisores y computadoras ▪ Uso de láminas, videos pictogramas. ▪ Utilizar claves visuales tales como uso de colores en las instrucciones, resaltadores (highlighters), subrayar palabras importantes. ▪ Demostrar lo que se espera que realice el estudiante y utilizar modelos o demostraciones. ▪ Hablar con claridad, pausado ▪ Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante ▪ Añadir al material información complementaria <p>Aprendiz auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Leerle el material o utilizar aplicaciones 	<p>Aprendiz visual:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Utilizar la computadora para que pueda escribir. ▪ Utilizar organizadores gráficos. ▪ Hacer dibujos que expliquen su contestación. ▪ Permitir el uso de láminas o dibujos para explicar sus contestaciones ▪ Permitir que el estudiante escriba lo que aprendió por medio de tarjetas, franjas, láminas, la computadora o un comunicador visual. ▪ Contestar en el folleto. <p>Aprendiz auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Grabar sus contestaciones ▪ Ofrecer sus contestaciones a un adulto que documentará por escrito lo mencionado. 	<p>Aprendiz visual:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Ambiente silencioso, estructurado, sin muchos distractores. ▪ Lugar ventilado, con buena iluminación. ▪ Utilizar escritorio o mesa cerca del adulto para que lo dirija. <p>Aprendiz auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Ambiente donde pueda leer en voz alta o donde pueda escuchar el material sin interrumpir a otras personas. ▪ Lugar ventilado, con buena iluminación y donde se les permita el movimiento mientras repite en voz alta el material. <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Ambiente se le permita moverse, 	<p>Aprendiz visual y auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Preparar una agenda detalladas y con códigos de colores con lo que tienen que realizar. ▪ Reforzar el que termine las tareas asignadas en la agenda. ▪ Utilizar agendas de papel donde pueda marcar, escribir, colorear. ▪ Utilizar “post-it” para organizar su día. ▪ Comenzar con las clases más complejas y luego moverse a las sencillas. ▪ Brindar tiempo extendido para completar sus tareas. <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Asistir al estudiante a organizar su trabajo con agendas escritas o electrónicas.

Acomodos de presentación	Acomodos en la forma de responder	Acomodos de ambiente y lugar	Acomodos de tiempo e itinerario
<p>que convierten el texto en formato audible.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Leer en voz alta las instrucciones. ▪ Permitir que el estudiante se grabe mientras lee el material. ▪ Audiolibros ▪ Repetición de instrucciones ▪ Pedirle al estudiante que explique en sus propias palabras lo que tiene que hacer ▪ Utilizar el material grabado ▪ Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Presentar el material segmentado (en pedazos) ▪ Dividir la tarea en partes cortas ▪ Utilizar manipulativos ▪ Utilizar canciones ▪ Utilizar videos ▪ Presentar el material de forma activa, con materiales comunes. ▪ Permitirle al estudiante investigar sobre el tema que se trabajará ▪ Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Hacer presentaciones orales. ▪ Hacer videos explicativos. ▪ Hacer exposiciones <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Señalar la contestación a una computadora o a una persona. ▪ Utilizar manipulativos para representar su contestación. ▪ Hacer presentaciones orales y escritas. ▪ Hacer dramas donde represente lo aprendido. ▪ Crear videos, canciones, carteles, infografías para explicar el material. ▪ Utilizar un comunicador electrónico o manual. 	<p>hablar, escuchar música mientras trabaja, cantar.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Permitir que realice las actividades en diferentes escenarios controlados por el adulto. Ejemplo el piso, la mesa del comedor y luego, un escritorio. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Establecer mecanismos para recordatorios que le sean efectivos. ▪ Utilizar las recompensas al terminar sus tareas asignadas en el tiempo establecido. ▪ Establecer horarios flexibles para completar las tareas. ▪ Proveer recesos entre tareas. ▪ Tener flexibilidad en cuando al mejor horario para completar las tareas. ▪ Comenzar con las tareas más fáciles y luego, pasar a las más complejas. ▪ Brindar tiempo extendido para completar sus tareas.

HOJA DE DOCUMENTAR LOS ACOMODOS RAZONABLES UTILIZADOS AL TRABAJAR EL MÓDULO DIDÁCTICO

Nombre del estudiante: _____

Número de SIE: _____

Materia del módulo: _____

Grado: _____

Estimada familia:

1.

Utiliza la siguiente hoja para documentar los acomodados razonables que utiliza con tu hijo en el proceso de apoyo y seguimiento al estudio de este módulo. Favor de colocar una marca de cotejo [✓] en aquellos acomodados razonables que utilizó con su hijo para completar el módulo didáctico. Puede marcar todos los que aplique y añadir adicionales en la parte asignada para ello.

Acomodos de presentación	Acomodos de tiempo e itinerario
<p>Aprendiz visual:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Usar letra agrandada o equipos para agrandar como lupas, televisores y computadoras <input type="checkbox"/> Uso de láminas, videos pictogramas. <input type="checkbox"/> Utilizar claves visuales tales como uso de colores en las instrucciones, resaltadores (<i>highlighters</i>), subrayar palabras importantes. <input type="checkbox"/> Demostrar lo que se espera que realice el estudiante y utilizar modelos o demostraciones. <input type="checkbox"/> Hablar con claridad, pausado <input type="checkbox"/> Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante <input type="checkbox"/> Añadir al material información complementaria <p>Aprendiz auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Leerle el material o utilizar aplicaciones que convierten el texto en formato audible. <input type="checkbox"/> Leer en voz alta las instrucciones. <input type="checkbox"/> Permitir que el estudiante se grabe mientras lee el material. <input type="checkbox"/> Audiolibros <input type="checkbox"/> Repetición de instrucciones <input type="checkbox"/> Pedirle al estudiante que explique en sus propias palabras lo que tiene que hacer <input type="checkbox"/> Utilizar el material grabado <input type="checkbox"/> Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Presentar el material segmentado (en pedazos) <input type="checkbox"/> Dividir la tarea en partes cortas <input type="checkbox"/> Utilizar manipulativos 	<p>Aprendiz visual:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Utilizar la computadora para que pueda escribir. <input type="checkbox"/> Utilizar organizadores gráficos. <input type="checkbox"/> Hacer dibujos que expliquen su contestación. <input type="checkbox"/> Permitir el uso de láminas o dibujos para explicar sus contestaciones <input type="checkbox"/> Permitir que el estudiante escriba lo que aprendió por medio de tarjetas, franjas, láminas, la computadora o un comunicador visual. <input type="checkbox"/> Contestar en el folleto. <p>Aprendiz auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Grabar sus contestaciones <input type="checkbox"/> Ofrecer sus contestaciones a un adulto que documentará por escrito lo mencionado. <input type="checkbox"/> Hacer presentaciones orales. <input type="checkbox"/> Hacer videos explicativos. <input type="checkbox"/> Hacer exposiciones <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Señalar la contestación a una computadora o a una persona. <input type="checkbox"/> Utilizar manipulativos para representar su contestación. <input type="checkbox"/> Hacer presentaciones orales y escritas. <input type="checkbox"/> Hacer dramas donde represente lo aprendido. <input type="checkbox"/> Crear videos, canciones, carteles, infografías para explicar el material. <input type="checkbox"/> Utilizar un comunicador electrónico o manual.

Acomodos de presentación	Acomodos de tiempo e itinerario
<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Utilizar canciones <input type="checkbox"/> Utilizar videos <input type="checkbox"/> Presentar el material de forma activa, con materiales comunes. <input type="checkbox"/> Permitirle al estudiante investigar sobre el tema que se trabajará <input type="checkbox"/> Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante 	
Acomodos de respuesta	Acomodos de ambiente y lugar
<p>Aprendiz visual:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Ambiente silencioso, estructurado, sin muchos distractores. <input type="checkbox"/> Lugar ventilado, con buena iluminación. <input type="checkbox"/> Utilizar escritorio o mesa cerca del adulto para que lo dirija. <p>Aprendiz auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Ambiente donde pueda leer en voz alta o donde pueda escuchar el material sin interrumpir a otras personas. <input type="checkbox"/> Lugar ventilado, con buena iluminación y donde se les permita el movimiento mientras repite en voz alta el material. <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Ambiente se le permita moverse, hablar, escuchar música mientras trabaja, cantar. <input type="checkbox"/> Permitir que realice las actividades en diferentes escenarios controlados por el adulto. Ejemplo el piso, la mesa del comedor y luego, un escritorio. 	<p>Aprendiz visual y auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Preparar una agenda detalladas y con códigos de colores con lo que tienen que realizar. <input type="checkbox"/> Reforzar el que termine las tareas asignadas en la agenda. <input type="checkbox"/> Utilizar agendas de papel donde pueda marcar, escribir, colorear. <input type="checkbox"/> Utilizar “post-it” para organizar su día. <input type="checkbox"/> Comenzar con las clases más complejas y luego moverse a las sencillas. <input type="checkbox"/> Brindar tiempo extendido para completar sus tareas. <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Asistir al estudiante a organizar su trabajo con agendas escritas o electrónicas. <input type="checkbox"/> Establecer mecanismos para recordatorios que le sean efectivos. <input type="checkbox"/> Utilizar las recompensas al terminar sus tareas asignadas en el tiempo establecido. <input type="checkbox"/> Establecer horarios flexibles para completar las tareas. <input type="checkbox"/> Proveer recesos entre tareas. <input type="checkbox"/> Tener flexibilidad en cuando al mejor horario para completar las tareas. <input type="checkbox"/> Comenzar con las tareas más fáciles y luego, pasar a las más complejas. <input type="checkbox"/> Brindar tiempo extendido para completar sus tareas.
<p>Otros:</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

2.

Si tu hijo es un candidato o un participante de los servicios para estudiantes aprendices del español como segundo idioma e inmigrantes considera las siguientes sugerencias de enseñanza:

- Proporcionar un modelo o demostraciones de respuestas escritas u orales requeridas o esperadas.
- Comprobar si hay comprensión: use preguntas que requieran respuestas de una sola palabra, apoyos y gestos.
- Hablar con claridad, de manera pausada.
- Evitar el uso de las expresiones coloquiales, complejas.
- Asegurar que los estudiantes tengan todos los materiales necesarios.
- Leer las instrucciones oralmente.
- Corroborar que los estudiantes entiendan las instrucciones.
- Incorporar visuales: gestos, accesorios, gráficos organizadores y tablas.
- Sentarse cerca o junto al estudiante durante el tiempo de estudio.
- Seguir rutinas predecibles para crear un ambiente de seguridad y estabilidad para el aprendizaje.
- Permitir el aprendizaje por descubrimiento, pero estar disponible para ofrecer instrucciones directas sobre cómo completar una tarea.
- Utilizar los organizadores gráficos para la relación de ideas, conceptos y textos.
- Permitir el uso del diccionario regular o ilustrado.
- Crear un glosario pictórico.
- Simplificar las instrucciones.
- Ofrecer apoyo en la realización de trabajos de investigación.
- Ofrecer los pasos a seguir en el desarrollo de párrafos y ensayos.
- Proveer libros o lecturas con conceptos similares, pero en un nivel más sencillo.
- Proveer un lector.
- Proveer ejemplos.
- Agrupar problemas similares (todas las sumas juntas), utilizar dibujos, láminas, o gráficas para apoyar la explicación de los conceptos, reducir la complejidad lingüística del problema, leer y explicar el problema o teoría verbalmente o descomponerlo en pasos cortos.
- Proveer objetos para el aprendizaje (concretizar el vocabulario o conceptos).
- Reducir la longitud y permitir más tiempo para las tareas escritas.
- Leer al estudiante los textos que tiene dificultad para entender.
- Aceptar todos los intentos de producción de voz sin corrección de errores.
- Permitir que los estudiantes sustituyan dibujos, imágenes o diagramas, gráficos, gráficos para una asignación escrita.
- Esbozar el material de lectura para el estudiante en su nivel de lectura, enfatizando las ideas principales.
- Reducir el número de problemas en una página.
- Proporcionar objetos manipulativos para que el estudiante utilice cuando resuelva problemas de matemáticas.

3.

Si tu hijo es un estudiante dotado, es decir, que obtuvo 130 o más de cociente intelectual (CI) en una prueba psicométrica, su educación debe ser dirigida y desafiante. Deberán considerar las siguientes recomendaciones:

- Conocer las capacidades especiales del estudiante, sus intereses y estilos de aprendizaje.
- Realizar actividades motivadoras que les exijan pensar a niveles más sofisticados y explorar nuevos temas.
- Adaptar el currículo y profundizar.
- Evitar las repeticiones y las rutinas.
- Realizar tareas de escritura para desarrollar empatía y sensibilidad.
- Utilizar la investigación como estrategia de enseñanza.
- Promover la producción de ideas creativas.
- Permitirle que aprenda a su ritmo.
- Proveer mayor tiempo para completar las tareas, cuando lo requiera.
- Cuidar la alineación entre su educación y sus necesidades académicas y socioemocionales.