



MÓDULO DIDÁCTICO DE MATEMÁTICAS

OCTAVO GRADO

agosto 2020



DE DEPARTAMENTO DE
EDUCACIÓN
GOBIERNO DE PUERTO RICO

Página web: <https://de.pr.gov/>  Twitter: @educacionpr

Nota. Este módulo está diseñado con propósitos exclusivamente educativos y no con intención de lucro. Los derechos de autor (*copyrights*) de los ejercicios o la información presentada han sido conservados visibles para referencia de los usuarios. Se prohíbe su uso para propósitos comerciales, sin la autorización de los autores de los textos utilizados o citados, según aplique, y del Departamento de Educación de Puerto Rico.

CONTENIDO

LISTA DE COLABORADORES	3
CARTA PARA EL ESTUDIANTE, LAS FAMILIAS Y MAESTROS.....	4
CALENDARIO DE PROGRESO EN EL MÓDULO	7
Información adicional	8
Rúbrica Sugerida:	9
UNIDAD CERO: Conceptos Fundamentales precedentes al Álgebra I.....	11
Lección 0.1: Opuesto	11
Lección 0.2: Valor Absoluto	12
Lección 0.3: Números Enteros - Suma	14
Lección 0.4: Propiedades de la Suma.....	18
Lección 0.3: Números Enteros - Resta	19
Lección 0.3: Números Enteros – Multiplicación.....	21
Lección 0.4: Propiedades de la Multiplicación	23
Lección 0.3: Números Enteros – División.....	25
Lección 0.5: Potencias.....	26
Lección 0.6 Orden de las Operaciones.....	28
UNIDAD UNO: NÚMEROS REALES	34
Lección 1.0: Historia de los números	34
Lección 1.1 Raíz cuadrada.....	36
Lección 1.2 Raíz cúbica.....	41
Lección 1.3 Expresiones Algebraicas.....	42
Lección 1.4 Propiedades de los Números Reales	46
d. ¿Cuál número del conjunto tiene su inverso? Si es así, ¿Cuál es el número y como lo determinaste?.....	49
Lección 1.5: Notación Científica.....	49
UNIDAD II FUNCIONES.....	69
Lección 2.0: Relaciones y funciones	69
Lección 2.2: Dominio y rango (campo de valores)	74
Lección 2.3: Identificando funciones.....	77
Lección 2.4: Funciones lineales.....	78
Claves de respuestas:	84

LISTA DE COLABORADORES

Profa. Iría C. Flores Jenaro

Facilitadora Docente

ORE de Caguas

Dra. Wanda I. Rivera Rivas

Directora Programa de Matemáticas

Departamento de Educación de Puerto Rico

CARTA PARA EL ESTUDIANTE, LAS FAMILIAS Y MAESTROS

Estimado estudiante:

Este módulo didáctico es un documento que favorece tu proceso de aprendizaje. Además, permite que aprendas en forma más efectiva e independiente, es decir, sin la necesidad de que dependas de la clase presencial o a distancia en todo momento. Del mismo modo, contiene todos los elementos necesarios para el aprendizaje de los conceptos claves y las destrezas de la clase de Álgebra 1, sin el apoyo constante de tu maestro. Su contenido ha sido elaborado por maestros, facilitadores docentes y directores de los programas académicos del Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) para apoyar tu desarrollo académico e integral en estos tiempos extraordinarios en que vivimos.

Te invito a que inicies y completes este módulo didáctico siguiendo el calendario de progreso establecido por semana. En él, podrás repasar conocimientos, refinar habilidades y aprender cosas nuevas sobre la clase de Álgebra 1 por medio de definiciones, ejemplos, lecturas, ejercicios de práctica y de evaluación. Además, te sugiere recursos disponibles en la internet, para que amplíes tu aprendizaje. Recuerda que esta experiencia de aprendizaje es fundamental en tu desarrollo académico y personal, así que comienza ya.

Estimada familia:

El Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) comprometido con la educación de nuestros estudiantes, ha diseñado este módulo didáctico con la colaboración de: maestros, facilitadores docentes y directores de los programas académicos. Su propósito es proveer el contenido académico de la materia de Álgebra 1 para las primeras diez semanas del nuevo año escolar. Además, para desarrollar, reforzar y evaluar el dominio de conceptos y destrezas claves. Esta es una de las alternativas que promueve el DEPR para desarrollar los conocimientos de nuestros estudiantes, tus hijos, para así mejorar el aprovechamiento académico de estos.

Está probado que cuando las familias se involucran en la educación de sus hijos mejoran los resultados de su aprendizaje. Por esto, te invitamos a que apoyes el desarrollo académico e integral de tus hijos utilizando este módulo para apoyar su aprendizaje. Es fundamental que tu hijo avance en este módulo siguiendo el calendario de progreso establecido por semana.

El personal del DEPR reconoce que estarán realmente ansiosos ante las nuevas modalidades de enseñanza y que desean que sus hijos lo hagan muy bien. Le solicitamos a las familias que brinden una colaboración directa y activa en el proceso de enseñanza y aprendizaje de sus hijos. En estos tiempos extraordinarios en que vivimos, les recordamos que es importante que desarrolles la confianza, el sentido de logro y la independencia de tu hijo al realizar las tareas escolares. No olvides que las necesidades educativas de nuestros niños y jóvenes es responsabilidad de todos.

Estimados maestros:

El Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) comprometido con la educación de nuestros estudiantes, ha diseñado este módulo didáctico con la colaboración de: maestros, facilitadores docentes y directores de los programas académicos. Este constituye un recurso útil y necesario para promover un proceso de enseñanza y aprendizaje innovador que permita favorecer el desarrollo holístico e integral de nuestros estudiantes al máximo de sus capacidades. Además, es una de las alternativas que se proveen para desarrollar los conocimientos claves en los estudiantes del DEPR; ante las situaciones de emergencia por fuerza mayor que enfrenta nuestro país.

El propósito del módulo es proveer el contenido de la materia de Álgebra 1 para las primeras diez semanas del nuevo año escolar. Es una herramienta de trabajo que les ayudará a desarrollar conceptos y destrezas en los estudiantes para mejorar su aprovechamiento académico. Al seleccionar esta alternativa de enseñanza, deberás velar que los estudiantes avancen en el módulo siguiendo el calendario de progreso establecido por semana. Es importante promover el desarrollo pleno de estos, proveyéndole herramientas que puedan apoyar su aprendizaje. Por lo que, deben diversificar los ofrecimientos con alternativas creativas de aprendizaje y evaluación de tu propia creación para reducir de manera significativa las brechas en el aprovechamiento académico.

El personal del DEPR espera que este módulo les pueda ayudar a lograr que los estudiantes progresen significativamente en su aprovechamiento académico. Esperamos que esta iniciativa les pueda ayudar a desarrollar al máximo las capacidades de nuestros estudiantes.

CALENDARIO DE PROGRESO EN EL MÓDULO

SEMANAS	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
1	Unidad 0: Lección 01 y 02 Ejercicio aplicación I	Unidad 0: Lección 03 Ejercicio aplicación II	Unidad 0: Lección 03 Ejercicio aplicación III	Unidad 0: Lección 04 Ejercicio aplicación IV	Unidad 0: Lección 03 Ejercicio aplicación V y VI
2	Unidad 0: Lección 04 Ejercicio aplicación VII	Unidad 0: Lección 03 Ejercicio aplicación VIII	Unidad 0: Lección 05 Ejercicio aplicación IX	Unidad 0: Lección 06 Ejercicio aplicación X	Repasa las lecciones de la Unidad 0
3	Ejercicio para Calificar: EXAMEN#1 DE UNIDAD 0	Unidad 1: Lección 1.0 Ejercicio aplicación XI	Unidad 1: Lección 1.0 Ejercicio para Calificar: Tarea ejecución	Unidad 1: Lección 1.1 Ejercicio aplicación XII	Unidad 1: Lección 1.2 Ejercicio aplicación XIII
4	Unidad 1: Lección 1.1 y 1.2 Ejercicio para Calificar: Tarea ejecución	Repasa las lecciones 1.1 y 1.2	Unidad 1: Lección 1.1 y 1.2 Ejercicio para Calificar: Tarea Desempeño	Unidad 1: Lección 1.3 Ejercicio aplicación XIV	Repasa las lecciones de la 1.0 a 1.3
5	Repasa las lecciones de la 1.0 a 1.3	Ejercicio para Calificar: EXAMEN #2 DE UNIDAD 1 Lección 1.0 a 1.3	Unidad 1: Lección 1.4 Ejercicio aplicación XV	Unidad 1: Lección 1.4 Ejercicio para Calificar: Tarea Desempeño	Unidad 1: Lección 1.5 Ejercicio aplicación XVI
6	Unidad 1: Lección 1.5 Ejercicio para Calificar: Tarea Ejecución	Repasa las lecciones de la 1.4	Repasa las lecciones de la 1.5	Ejercicio para Calificar: EXAMEN#3 DE UNIDAD 1 Lección 1.4-1.5	Unidad 1: Lección 1.6 Suma
7	Unidad 1: Lección 1.6 Resta	Unidad 1: Lección 1.6 Ejercicio para Calificar: Tarea Desempeño	Unidad 1: Lección 1.6 Multiplicación	Unidad 1: Lección 1.6 división	Repasa las lecciones de la 1.6 Operaciones Suma y resta
8	Repasa las lecciones de la 1.6 Operaciones Multiplicación y división	Ejercicio para Calificar: EXAMEN#4 DE UNIDAD 1 Lección 1.6	Unidad 2: Lección 2.0 Ejercicio aplicación XIX	Unidad 2: Lección 2.1 Ejercicio aplicación XX	Unidad 2: Lección 2.1 Ejercicio para Calificar: Tarea Desempeño
9	Unidad 2: Lección 2.1 Ejercicio aplicación XXI	Unidad 2: Lección 2.1 Ejercicio para Calificar: Tarea Desempeño	Unidad 2: Lección 2.3 Ejercicio aplicación XXII	Unidad 2: Lección 2.4 Graficar por tabla de valores	Unidad 2: Lección 2.4 Graficar moviéndonos en el plano de coordenadas
10	Unidad 2: Lección 2.4 Pendiente	Unidad 2: Lección 2.4 Ejercicio aplicación XXIII	Unidad 2: Lección 2.4 Ejercicio para Calificar: Tarea Desempeño	REPOSICION	REPOSICION

Información adicional

Maestros, estudiantes, padres, madres o encargados del octavo grado (8vo) este Módulo tiene diferentes ejercicios los de aplicación y los de calificar.

Ejercicios de Aplicación: Padres y Estudiantes, estos ejercicios son de práctica tiene sus respuestas para que verifiquen cómo se realizaron. Es importante que se trabajen para el beneficio de todos los estudiantes. No son *Assessment* formativo (no tienen valor numérico).

Ejercicio para Calificar (evaluaciones): Padres y Estudiantes, estos ejercicios para calificar son el instrumento de evaluación que tiene el maestro para la acumulación de puntos para el SIE. Los instrumentos aquí utilizados son exámenes, y tareas de desempeño o ejecución. Es importante que el estudiante siga las instrucciones establecidas al inicio de curso por su maestro con relación a su proceso de adjudicación de puntos según carta circular vigente. (CC 03-2019-2020). El estudiante en la hoja de contestaciones debe presentar evidencia de **TODO EL PROCESO** que utilizó para resolver todos los ejercicios.

Maestros: Saludos, los instrumentos ofrecidos en la sección de **Ejercicios de Práctica** es para la evaluación formativa de sus estudiantes. Les recuerdo que NO existe clave de los ejercicios para calificar en las evaluaciones, usted la debe crear y la puntuación es sugerida para las primeras 10 semanas, según se establece en la carta circular vigente, (CC 03-2019-2020).

Rúbrica Sugerida:

PUNTUACIÓN	CRITERIOS
Respuesta de 5 puntos	La respuesta muestra un entendimiento completo de los conceptos y los procedimientos matemáticos para resolver el problema. El estudiante realiza procedimientos completos y da respuestas correctas a todas las partes del problema. La respuesta contiene una explicación clara y efectiva que detalla cómo se resolvió el problema (en los ejercicios de pregunta abierta). La respuesta puede omitir detalles que no indican que el problema no fue comprendido claramente.
Respuesta de 3 punto	La respuesta es parcialmente correcta. La solución del problema podría ser correcta, pero demuestra un entendimiento incompleto o incorrecto de los conceptos y procedimientos matemáticos esenciales para resolver el problema. O bien, los cálculos podrían ser incorrectos, pero los procedimientos y/o la explicación muestran un entendimiento correcto del procedimiento para encontrar la solución, aunque se hayan cometido algunos errores de cálculo.
Respuesta de 0 punto	La respuesta es completamente incorrecta y no es posible interpretarla con claridad o muestra que la comprensión del estudiante de los procedimientos y conceptos necesarios para resolver el problema es insuficiente. Aunque puede haber evidencia de que algunos conceptos y operaciones son correctos, no son parte de la solución del problema o de la pregunta en general.

Unidad 0:	Conceptos Fundamentales precedentes al Álgebra I Tiempo aproximado dos semana	
Lección 0.1 Lección 0.2 Lección 0.3 Lección 0.4 Lección 0.5 Lección 0.6	Opuesto Valor Absoluto Números Enteros Propiedades de los Números Enteros Potencia Orden Operaciones	
Objetivos de aprendizaje:	Siguiendo las instrucciones escritas, nosotros fortaleceremos el conocimiento en los conceptos fundamentales precedente al álgebra con los números enteros de forma segura en: identificar el opuesto. hallar el valor absoluto, efectuar las operaciones matemáticas, utilizar las propiedades, identificar la forma exponencial, usar el orden de operaciones para evaluar expresiones numéricas.	
Expectativas e Indicadores:	<p>NUMERACIÓN Y OPERACIÓN</p> <p>6.N.3.4 Identifica y resuelve situaciones en las que se utilice suma, resta, multiplicación y división de números enteros.</p> <p>6.N.4.1 Reconoce problemas que contengan la suma de números enteros y los resuelve mediante la recta numérica, patrones, modelos concretos y semiconcretos.</p> <p>7.N.1.2 Interpreta, representa y soluciona problemas matemáticos de la vida diaria que involucran potencias positivas enteras como una multiplicación repetida y potencias enteras negativas como una división repetida, o la multiplicación como inverso multiplicativo y estima, además, raíces cuadradas</p> <p>7.N.2.1 Reconoce que $p + q$ es el número ubicado a una distancia q de p, en dirección positiva o negativa, que depende de qué q sea positivo o negativo. Muestra que un número y su opuesto suman 0 (son inversos aditivos). Interpreta las sumas de números racionales en contextos de la vida diaria.</p> <p>7.N.2.2 Comprende la resta de números racionales como la suma del inverso aditivo, $p - q = p + (-q)$. Muestra que la distancia entre dos números racionales en una recta numérica es el valor absoluto de su diferencia y aplica este principio a contextos de la vida diaria.</p> <p>7.N.2.3 Aplica las propiedades de las operaciones como estrategias para sumar, restar, multiplicar y dividir números racionales; estima y juzga la razonabilidad de los resultados al resolver problemas.</p> <p>8.N.1.1 Reconoce, relaciona y aplica las propiedades de los números racionales (asociativa, conmutativa, identidad, inverso, distributiva, clausura) para resolver problemas y usa técnicas de estimación para decidir si la respuesta es razonable.</p> <p>ÁLGEBRA</p> <p>6.A.7.1 Aplica el orden de operaciones para evaluar expresiones algebraicas, incluso potencias.</p> <p>6.A.8.3 Aplica la propiedad conmutativa, asociativa y distributiva para crear y evaluar expresiones equivalentes.</p>	
Vocabulario conceptos fundamentales previos Álgebra	<ul style="list-style-type: none">  opuesto  valor absoluto  número entero  entero positivo  entero negativo  inverso aditiv  distancia  recta numérica 	<ul style="list-style-type: none">  sustraendo  producto  cociente  factores  exponente  potencia  evaluar  simplificar

UNIDAD CERO: Conceptos Fundamentales precedentes al Álgebra I

Lección 0.1: Opuesto

Durante nuestra vida diaria y escolar hemos trabajado con los números cardinales {1,2,3,4, 5...} (Ilustración 1) en nuestra vida diaria. Principalmente

los utilizamos para efectuar operaciones matemáticas, no podemos olvidar que estos son números positivos. Por lo tanto, TODO número positivo tiene un número opuesto. Por definición el opuesto es lo contrario de algo. Entendemos que el opuesto de un número positivo es un número Negativo (Ilustración 2). Veamos los siguientes ejemplos:

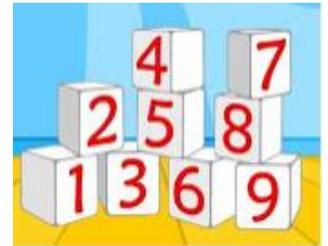


Ilustración 1: Número Cardinal

- ✚ El opuesto de 5 es -5
- ✚ El opuesto de -3 es 3
- ✚ El opuesto de 0 es cero



Ilustración 2: Opuesto Número Cardinal

Es importante entender que el número cero es neutral por lo tanto no es positivo ni negativo.

Ejemplos 1: Trabajemos el opuesto (inverso aditivo) de los siguientes números enteros:

A. 4

B. -3

C. 0

A. El opuesto de 4 = - (4) = -4



B. El opuesto de -3 = - (-3) =



Símbolo de opuesto

C. El opuesto de 0 = 0

Recordamos que el cero es neutro

Entonces si colocamos en una recta numérica los números positivos, negativos e incluimos el cero podemos definirlos como el conjunto de los números enteros.

Recta Numérica

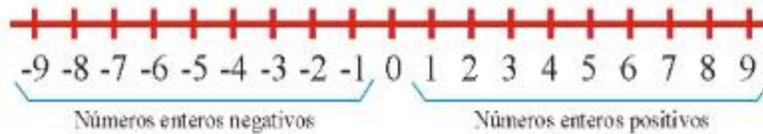


Ilustración 3: Recta Numérica

Ejemplo 2: Dibuja una recta numérica del conjunto de los números enteros llamado A.

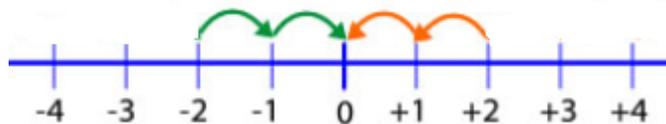
$$A = \{-3, -1, 0, 4, 5\}$$



Lección 0.2: Valor Absoluto

Utilizamos los opuestos (inversos aditivos) para trabajar el valor absoluto de un número entero. El valor absoluto se define como la distancia entre el número entero y el cero, debemos saber que la distancia es una medida que no puede ser negativa. En matemática el símbolo que utilizamos para valor absoluto son barras verticales ($| \ |$). Por lo tanto, el valor absoluto de un número (n) se escribe como $|n|$.

Utilizamos la recta numérica para observar el valor absoluto de: $|2|$ y $|-2|$.



Observa que la **distancia** entre 0 y 2 son **dos unidades** y la **distancia** entre 0 y -2 también son **dos unidades**. Recuerda que la **distancia** es una medida que no puede ser negativa, por lo tanto, el valor absoluto de un número entero es su opuesto.

Veamos la Regla del Valor Absoluto:

✚ Si el número entero es cero o positivo su valor absoluto es positivo $|a| = a$.

▪ $|5| = 5$ $|0| = 0$

✚ Si el número entero es cero o negativo su valor absoluto es positivo $|-a| = a$.

▪ $|-7| = 7$ $|0| = 0$

✚ Si fuera del símbolo de valor absoluto hay un opuesto, entonces, el valor absoluto es negativo $-|a| = -a$; $-|-a| = -a$

▪ $-|12| = -12$ $-|-15| = -15$ $-|0| = 0$

Observamos que podemos llamar al opuesto de un número como el inverso aditivo de este, por ejemplo, el inverso aditivo de -20 es 20 o el inverso aditivo de 30 es -30 . Esto nos lleva a la **Propiedad del Inverso Aditivo** (Lección 0.4) que nos indica que la suma de un entero y su inverso aditivo es igual a cero.

Ejemplo 3:

- $4 + (-4) = 0$
- $(-100) + 100 = 0$

Ejercicios de Aplicación I:

✚ Estos ejercicios son práctica del estudiante tiene la clave para que verifique su proceso de ejecución.

- Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.
- Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.
 1. ¿Qué es el opuesto de un número?
 2. ¿Cómo definimos los números enteros?
 3. ¿Cuál es el opuesto del cero?
 4. Ubica el conjunto $K = \{-25, 30, -35, 40, -45, 0, 50\}$ en una recta numérica.

Nota: Puedes trabajar la recta numérica por secciones

5. Halla el número opuesto de:
 - a. 8
 - b. -122
 - c. 10
 - d. -45
 - e. 0

6. Determina el valor absoluto de:
 - a. $|-27|$
 - b. $|14|$
 - c. $-|0|$
 - d. $-|-99|$

7. ¿Cómo definimos el inverso aditivo de un número?
8. Ofrece tres ejemplos diferentes utilizando la Propiedad del Inverso Aditivo.

Lección 0.3: Números Enteros - Suma

Ahora aprenderemos a desarrollar las operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación y división) con números enteros, utilizamos todo lo aprendido en este capítulo cero. La suma con números positivos ya la hemos trabajado desde nuestros inicios en nuestros grados primarios. Recordemos que los números cardinales son los números positivo de los enteros, por lo tanto, ya hemos realizado **Suma de enteros positivos**, veamos:

$$4 + 6 = 10$$



Observamos que para sumar 4 a 6, contamos 6 unidades a la derecha del 4, el lugar alcanzado en la suma que es 10. Si desarrollamos esto para los números positivos y negativos llegamos a la conclusión de que en una recta numérica:

- ✚ si nos movemos a la derecha es en dirección positiva
- ✚ si nos movemos a la izquierda es en dirección negativa.

Sumar un número negativo significa mover las unidades a la izquierda del número, observemos, Suma de enteros negativos

$$-6 + -8 = -14$$

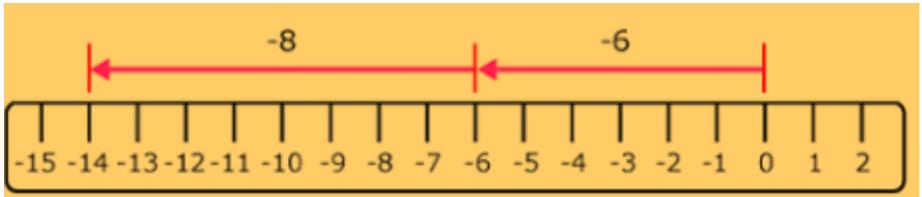


Ilustración 5: Suma de enteros negativos

Podemos llegar a la conclusión que dos enteros negativos se suman de la misma manera que se suman dos enteros positivos. Por otro lado, si deseas realizar la suma de dos o más enteros negativos sin la recta numérica puedes utilizar lo que conoces del valor absoluto veamos: $-6 + -8 =$

1. Suma los valores absolutos $|-6| = 6$; $|-8| = 8$ y $6 + 8 = 14$

2. Ahora utiliza el signo común en la operación original $-6 + -8 = -14$



Ejercicios de Aplicación II

- Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.
- Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.
- Recuerda puedes utilizar el valor absoluto o la recta numérica.

1. Halla la suma de enteros con signos iguales.

a. $(-18) + (-28) + (-14) =$

b. $1,236 + 4124 + 15,230 =$

Ahora veamos cómo se trabaja la **suma de enteros con signos diferentes** en la recta numérica: $4 + (-6) =$

Observa que el punto inicial (4) es positivo por lo tanto está ubicado en el lado derecho, luego muevo 6 unidades, pero para el lado izquierdo ya que es negativo (-6). El resultado lleva el signo del valor absoluto mayor entre: $|4| < |-6|$ por lo tanto lleva el signo negativo por qué el valor absoluto mayor es -6. Además, si observamos la *ilustración 6* encontraremos que el movimiento se realizó para el lado izquierdo teniendo como resultado -2, concluimos que: $4 + (-6) = -2$

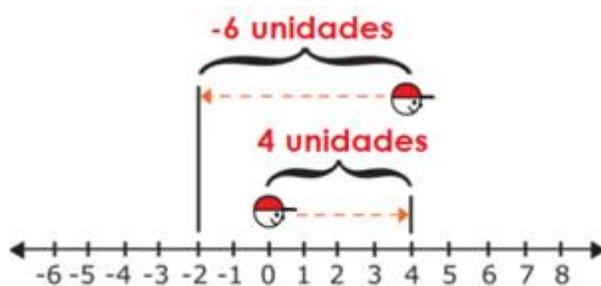
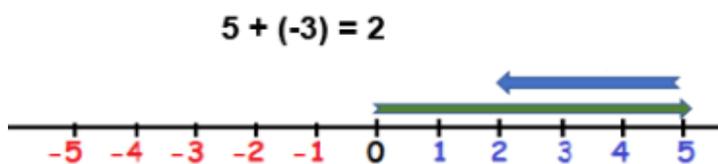
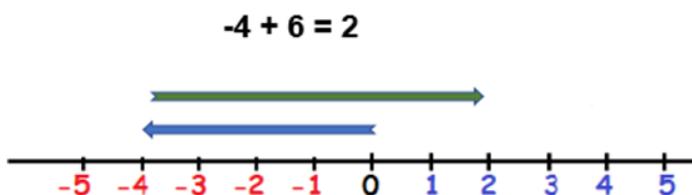


Ilustración 6: Suma enteros diferente

se realizó para el lado izquierdo teniendo como resultado -2, concluimos que: $4 + (-6) = -2$

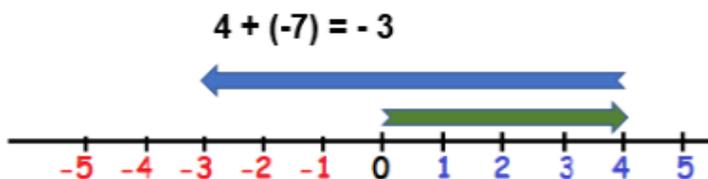
Veamos otros ejemplos:

En la recta numérica -4 es el punto inicial y nos movemos 6 unidades a la derecha hasta positivo 2.

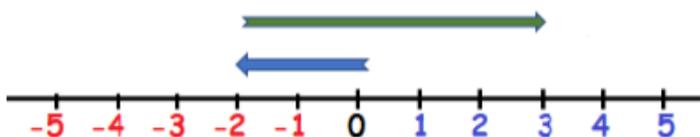


En la recta numérica 5 es el punto inicial y nos movemos 3 unidades a la izquierda hasta positivo 2.

En la recta numérica 4 es el punto inicial y nos movemos 7 unidades a la izquierda hasta negativo 3.



$-2 + 5 = 3$



En la recta numérica -2 es el punto inicial y nos movemos 5 unidades a la derecha hasta positivo 3.

Observamos que siempre que los signos son diferentes la operación matemática que se ejecuta es la resta. Para resumir lo discutido podemos establecer lo siguiente para la:

Regla de Suma de Enteros

Regla 1: Cuando tenemos **el mismo signo** en dos o más enteros **se suman** y llevan el signo común.

Regla 2: Cuando tenemos **signos diferentes** **se resta** y el resultado lleva el signo del valor absoluto mayor.

Ejercicios de Aplicación III

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.
Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

Recuerda puedes utilizar el valor absoluto o la recta numérica.

1. Halla la suma de enteros con signos diferentes.
 - a. $-85 + 98$
 - b. $352 + (-395)$

Lección 0.4: Propiedades de la Suma

Cuando trabajamos los números enteros hay unas **Propiedades** establecidas que necesitamos comprenderlas, entenderlas y sobre todo aplicarlas. Estas nos ayudan a trabajar las diferentes operaciones matemáticas para llegar a una conclusión efectiva y exacta. Recordamos que ya trabajamos con la primera:

- ❖ Propiedad del Inverso Aditivo nos indica que la suma de un entero y su inverso aditivo es igual a cero. Para cualquier entero a , existe otro entero, su opuesto $-a$ llamado el inverso aditivo de a , tal que $a + (-a) = 0$
 - **Ejemplo:** $4 + (-4) = 0$ $(-100) + 100 = 0$

- ❖ Propiedad Conmutativa de la suma nos indica que la suma la podemos efectuar en cualquier orden. Para cualesquiera dos enteros a y b , $a + b = b + a$.
 - **Ejemplo:** $8 + (-3) = 5$ y $(-3) + 8 = 5$ como vemos siempre tiene el mismo resultado, por lo tanto, podemos decir que: $8 + (-3) = (-3) + 8$.

- ❖ Propiedad asociativa de la suma nos indica que podemos agrupar la suma de tres enteros de cualquier forma. Para cualesquiera tres enteros a , b , y c ,
 $(a + b) + c = a + (b + c)$.
 - **Ejemplo:** Es decir, la forma de agrupar los enteros se puede cambiar.
 - $(-4) + 6 + (-8) = [((-4) + 6) + (-8)] = 2 + (-8) = -6$
 - $(-4) + 6 + (-8) = [(-4) + (6 + (-8))] = (-4) + (-2) = -6$

❖ Propiedad de la identidad de la suma nos indica que la suma de un entero y cero es el mismo entero. Para cualquier entero a , $a + 0 = a$; $0 + -a = -a$

- Ejemplo: $0 + 5 = 5$ $(-6) + 0 = -6$ $0 + 0 = 0$

Ejercicios de Aplicación IV

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase. Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. Identifica la propiedad demostrada.
 - a. $- [0 + 0] = 0$
 - b. $[(3 + (-5)) + (-5)] = [(3) + ((-5) + (-5))]$
 - c. $(-13) + 13 = 0$
 - d. $(-6) + (-7) = (-7) + (-6)$
2. Completa los espacios en blancos
 - a. $-25 + 30 = \underline{\hspace{2cm}} + (-25)$
 - b. $62 + \underline{\hspace{2cm}} = 0$
 - c. $-9 + \underline{\hspace{2cm}} = -9$
 - d. $25 + 15 + (-9)$, agrupa de dos formas diferentes.

Lección 0.3: Números Enteros - Resta

Ya trabajamos con la suma y las propiedades ahora veamos cómo se trabaja la resta en los números enteros. Cuando restamos siempre se obtiene la misma contestación que al sumar el inverso aditivo (opuesto) del segundo número, veamos:



Dado lo observado arriba de la resta de los números enteros, podemos entender que simplificamos la expresión numérica al cambiar cada resta a suma, sumando el opuesto del sustraendo y siguiendo la regla de suma.

Regla de Resta de Enteros

✚ Para cualesquiera dos enteros a y b , la diferencia entre a y b se define como:

$$a - b = a + (-b)$$

resta cambia el símbolo a suma el sustraendo a su opuesto

Ejemplos: Es importante que observemos cada uno de los casos presentados con detenimiento para poder comprender la resta de enteros

- | | | |
|------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| 1) $45 - 30 =$ | Esta es una resta normal de números cardinales, pero la trabajaremos como resta enteros por lo tanto cambiamos a suma el símbolo de resta y el sustraendo a su opuesto, según la regla de suma se resta y lleva el símbolo del valor absoluto mayor que en este caso $\{ 45 > -30 \}$ es positivo.
El número 30 es el sustraendo, su opuesto es -30 cambia el símbolo de resta por el de suma y sigue la regla de suma de entero que nos dice signos iguales se suman y lleva signo común | $45 + (-30) = 15$ |
| 2) $(-25) - 30 =$ | El número -30 es el sustraendo, su opuesto es 30 cambia el símbolo de resta por el de suma y sigue la regla de suma de entero que nos dice signos iguales se suman y lleva signo común
El número -5 es el sustraendo, su opuesto es 5 cambia el símbolo de resta por el de suma y sigue la regla de suma de entero que nos dice signos diferentes se restan y lleva signo del valor absoluto mayor que en este caso $\{ -12 > 5 \}$ es negativo. | $(-25) + (-30) = -55$ |
| 3) $-12 - (-5) =$ | El número -5 es el sustraendo, su opuesto es 5 cambia el símbolo de resta por el de suma y sigue la regla de suma de entero que nos dice signos diferentes se restan y lleva signo del valor absoluto mayor que en este caso $\{ -12 > 5 \}$ es negativo. | $-12 + 5 = -7$ |
| 4) $36 - (-24)$ | El número -24 es el sustraendo, su opuesto es 24 cambia el símbolo de resta por el de suma y sigue la regla de suma de entero que nos dice signos iguales se suman y llevan el signo común. | $36 + 24 = 60$ |
| 5) $6 - 9 - (-3) - 12$ | Cambia las restas a suma y utiliza los opuestos de los sustraendos (-9), (3) y (-12) aquí puedes utilizar la propiedad asociativa agrupando los números para efectuar la suma y llevan el signo común. | $[(6 + (-9))] + [(3 + (-12))]$
$[(-3) + (-9)]$
-12 |

6) $-12 - (-12) - 12 - (-12)$ Cambia las restas a suma y utiliza los opuestos de los sustraendos (12), (-12) y (12) aquí puedes utilizar la propiedad asociativa agrupando y la propiedad del inverso aditivo.

$$[-12 + 12] + [(-12) + 12]$$

$$0 + 0 = 0$$

Ejercicios de Aplicación V

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase. Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. Resuelve la resta de enteros de manera correcta
 - a. $(-5) - (12)$
 - b. $(-23) - (21) - (-17)$
 - c. $(-5) - |-11 - 3| - 2 - (-5)$ Nota: No olvides trabajar con valor absoluto

Lección 0.3: Números Enteros – Multiplicación

Conozcamos cómo podemos trabajar la multiplicación de números enteros, sabemos que el proceso de multiplicar es una suma repetitiva. Es importante dejar establecido las diferentes formas de ver la multiplicación en los números enteros, podemos tener:

✚ dos o más enteros en signos de agrupación

- $(2) (5)$
- $2 [(6) (8)]$

Los tres números se están multiplicando siempre que no exista otra operación matemática entre los números significa multiplicación.

✚ el símbolo de asterisco en medio de los números enteros

- $2 * 5 * 6$

✚ un punto en el medio

- $2 \cdot (-6) \cdot 9$

Podemos usar el proceso de la suma repetitiva para realizar la multiplicación de enteros:

$$3 \cdot (-7) = \text{tres veces } -7 \longrightarrow (-7) + (-7) + (-7)$$

recordamos que la suma de enteros nos indica que signos iguales se suman y llevan el signo común esto nos indica que el resultado es **-21**.

Por lo tanto; $3 \cdot (-7) = (-7) + (-7) + (-7)$

$$-21 = -21$$

Otros ejemplos son:

$$\color{red}{+} \color{blue}{-} (-4) (3) = - [3 + 3 + 3 + 3] = - [12] = -12$$

$$\color{red}{+} \color{blue}{-} (-2) (5) (4) = (-2) [5 * 4] = (-2) (20) = - [2 * 20] = - 40$$

debemos entender que, así como hay propiedades para la suma también para la multiplicación por lo tanto las propiedad conmutativa y asociativa se pueden aplicar esto lo veremos en la próxima lección.

Observamos que al multiplicar dos números con signos diferentes el resultado siempre nos da negativo, podemos llegar a la conclusión de que el producto de dos enteros con signos diferentes es negativo.

Entonces como podemos ejecutar la multiplicación de enteros con signos iguales, debemos utilizar el valor absoluto de los factores veamos:

$$6 * 3 = |6| * |3| = 6 * 3 = 18$$

$$-6 * -3 = |-6| * |-3| = 6 * 3 = 18$$

Observa que el inverso aditivo (opuesto) de un entero **a** se puede considerar como -1 multiplicado por **a**. $- a = (-1) \cdot a$.

Otros Ejemplos:

$$\color{red}{+} \color{blue}{+} (7) * (9) = |7| * |9| = 7 * 9 = 63$$

$$\color{red}{+} \color{blue}{+} (-3) (-2) (-5) (-1) = |-3| * |-2| * |-5| * |-1| = 3 * 2 * 5 * 1 = 30$$

Llegamos a la conclusión que el producto (resultado de la multiplicación) de dos números con signos iguales es positivo.

Regla de Multiplicación Enteros

$\color{red}{+} \color{blue}{-}$ Signos diferentes resultados negativos.

$\color{red}{+} \color{blue}{+}$ Signos iguales resultado positivo.

Ejercicios de Aplicación VI

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.
Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. Resuelve la multiplicación de enteros de manera correcta
 - a. $(-5)(-12)$
 - b. $(-23)(21)(-17)$
 - c. $(-5)(-11)(-3)(-2)(-5)$

Práctica digital: https://proyectodescartes.org/uudd/materiales_didacticos/enteros2-JS/multipli.htm

Lección 0.4: Propiedades de la Multiplicación

Nos quedan la operación matemática de división para los enteros. Pero antes vamos con la lección de las propiedades para la multiplicación:

- ❖ Propiedad Conmutativa de la Multiplicación nos indica que la multiplicación la podemos efectuar en cualquier orden. Para cualesquiera dos enteros a y b ,
 $a \cdot b = b \cdot a$.
 - Ejemplo: $8 \cdot (-3) = -24$ y $(-3) \cdot 8 = -24$ como vemos siempre tiene el mismo resultado, por lo tanto, podemos decir que: $8 \cdot (-3) = (-3) \cdot 8$.
- ❖ Propiedad del Inverso Multiplicativo nos indica que el producto de un número y cero siempre es 0. Para cualquier entero a , $a \cdot 0 = 0$ y $0 \cdot a = 0$
 - Ejemplo: $0(-4) = 0$ $(-100)0 = 0$
- ❖ Propiedad asociativa de la multiplicación nos indica que podemos agrupar la multiplicación de tres enteros de cualquier forma. Para cualesquiera tres enteros a , b , y c , $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
 - Ejemplo: Es decir, la forma de agrupar los enteros se puede cambiar.
 - $(-4) \cdot 6 \cdot (-8) = [(-4) \cdot 6] \cdot (-8) = -24 \cdot (-8) = 192$
 - $(-4) \cdot 6 \cdot (-8) = (-4) \cdot [6 \cdot (-8)] = (-4) \cdot (-48) = 192$
- ❖ Propiedad de la identidad de la multiplicación nos indica que la multiplicación de un entero y uno es el mismo entero. Para cualquier entero a , $a \cdot 1 = a$; $1 \cdot -a = -a$
 - Ejemplo: $1 \cdot 5 = 5$ $(-6) \cdot 1 = -6$ $1 \cdot (-2) = -2$

- ❖ Propiedad Distributiva de la multiplicación nos indica que un entero se puede distribuir sobre una suma o resta. Para cualesquiera tres números a , b y c la multiplicación se distribuye sobre:

○ suma  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

▪ **Ejemplo:** $(-4) \cdot (-2 + 5) = (-4) \cdot (-2) + (-4) \cdot (5)$
 $(-4) \cdot (3) = 8 + (-20)$
 $-12 = -12$

Observa que no afecta el resultado al distribuir el entero (-4)

○ resta  $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$

▪ **Ejemplo:** $(-4) \cdot (-2 - 5) = (-4) \cdot (-2) - (-4) \cdot (5)$
 $(-4) \cdot (-2 + (-5)) = (-4) \cdot (-2) + (4) \cdot (5)$
 $(-4) \cdot (-7) = 8 + 20$
 $28 = 28$

Observa que no afecta el resultado al distribuir el entero (-4)

Ejercicios de Aplicación VII

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase. Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. Identifica la propiedad ilustrada en las siguientes aseveraciones.
 - a. $(-5) (-1)$
 - b. $2 (-1+1) = (2) (-1) + (2) (1)$
 - c. $7 [4 (-9)] = [7 \cdot 4] (-9)$
 - d. $(-5) (-11) = (-11) (-5)$

Lección 0.3: Números Enteros – División

Recordamos que la división es el proceso inverso de la multiplicación. Hallar el cociente (resultado división), significa hallar el factor de un producto (resultado multiplicación). Es importante que recordemos que la división se puede interpretar como una fracción.

$$\text{Ejemplo: } 36 \div 9 \text{ o } \frac{36}{9} \text{ o } 9 \overline{)36}$$

Cuando hablamos que la división es el proceso inverso de la multiplicación, podemos observar lo siguiente $36 \div 9 = ?$, si buscamos los factores de 36 encontraremos que en este caso son (9) y (4) de esta manera sabemos que $36 \div 9 = 4$. Por lo tanto, la división es un proceso inverso de la multiplicación y sus reglas de entero aplican por igual.

Ejemplo:

- $-20 \div 2 = -[20 \div 2] = -10$
- $-12 \div (-6) = |-12| \div |-6| = 12 \div 6 = 2$ valor absoluto

Regla de División Enteros

- ✚ Signos diferentes resultados negativos.
- ✚ Signos iguales resultado positivo.

Ahora como indicamos al principio la división se puede interpretar como una fracción y es importante establecer las excepciones que tenemos en división estas son:

- ✚ Para todo entero a , $\frac{a}{1} = a$, o de forma equivalente $a = \frac{a}{1}$
 - $\frac{-8}{1} = -8$
- ✚ Para todo entero a , $a \neq 0$
 - $\frac{a}{0} = \text{no esta definido}$
 - $\frac{5}{0} = \text{no esta definido}$
 - $\frac{0}{a} = 0$
 - $\frac{0}{5} = 0$

NOTA IMPORTANTE: El cero NUNCA puede estar en el denominador de una fracción o como tampoco en el divisor de una división.

Ejercicios de Aplicación VIII

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.
Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. Identifica la propiedad ilustrada en las siguientes aseveraciones.
 - a. $(-5) \div (-1)$
 - b. $-25 \div 5$
 - c. $0 \div -3$
 - d. $(-11) \div 0$

Lección 0.5: Potencias

Breve Historia: La potenciación era conocida ya desde la antigüedad, los babilonios utilizaban la elevación a potencia como auxiliar de la multiplicación. La potenciación es el producto de varios factores iguales. El exponente es un contador. Él cuenta el número de veces que la base se usa como factor. Para abreviar la escritura, se escribe el factor que se repite y en la parte superior derecha del mismo se coloca el número de veces que se multiplica.

exponente
a^{**b**} = **c**
base **potencia**

Ilustración 7: Potencia

Según la breve historia de la potencia la base es el entero a ser multiplicado, el exponente indica cuantas veces se multiplica la base y la potencia es el resultado de esa multiplicación:

EXPONENTE
5^{**4**} = **625** **POTENCIA**
BASE

Ilustración 8: Términos de la potencia

Video opcional de potencia

<https://www.youtube.com/watch?v=GAGeXtQga9U>

Las potencias como muchos conceptos y destrezas en la matemática tienen sus normas, propiedades y reglas. Veamos las reglas más comunes en las potencias como se evalúan y simplifican.

DESCRIPCIÓN	PROPIEDAD	EJEMPLO Evaluar	SIMPLIFICAR	POTENCIA
Potencia de exponente 1, el exponente no se escribe.	n^1	7	7	7
Potencia de exponente 0, toda potencia exponente 0 es 1	n^0	5^0	-	1
Potencias de igual base multiplicadas, cuando las bases son iguales se suman los exponentes.	$n^a \cdot n^b = n^{a+b}$	$4^2 \cdot 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$	$4 * 4 * 4 * 4 * 4$	1,024
Potencias de igual base divididas, cuando las bases son iguales se restan los exponentes	$\frac{n^a}{n^b}$	$\frac{3^4}{3^2} = 3^{4-2} = 3^2$	$3 * 3$	9
Potencia de igual exponente y diferente base multiplicadas	$n^a \cdot m^a = (n * m)^a$	$2^3 \cdot 4^3 = (2 * 4)^3 = 8^3$	$8 * 8 * 8$	512
Potencia de diferente exponente y diferente base multiplicadas, se multiplican las potencias	$n^a \cdot m^b = n^a * m^b$	$2^3 \cdot 4^2 = (2^3)(4^2)$	$(2*2*2) (4*4)$ $8 * 16$	128
Potencia de igual exponente y diferente base dividida	$\frac{n^a}{m^a} = (n \div m)^a$	$\frac{12^5}{6^5} = (12 \div 6)^5$	$2 * 2 * 2 * 2 * 2$	32
Potencia de una potencia, se conserva la base y se multiplica los exponentes	$(n^a)^b = n^{a \cdot b}$	$(3^2)^4 = 3^{2 \cdot 4} = 3^8$	$3*3*3*3*3*3*3*3$	6,561

DESCRIPCIÓN	PROPIEDAD	EJEMPLO Evaluar	SIMPLIFICAR	POTENCIA
Potencia con exponente negativo, es igual al inverso de la potencia, con exponente positivo	$n^{-a} = \frac{1}{n^a}$	$2^{-4} = \frac{1}{2^4}$	$\frac{1}{2 * 2 * 2 * 2}$	$\frac{1}{16}$
	$\frac{1}{n^{-b}} = n^b$	$\frac{1}{2^{-5}} = 2^5$	$2 * 2 * 2 * 2 * 2$	32

Video opcional Ley de potencia : <https://www.youtube.com/watch?v=QJ7UtKRFWpk>

Ejercicios de Aplicación IX

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. Nombra la base, exponente, evalúa y halla la potencia.
 - a. -3^3
 - b. (-5^2)
 - c. $4^{-3} * 5^{-2}$

Lección 0.6 Orden de las Operaciones

Hemos estado trabajando con una sola operación matemáticas, pero que ocurre cuando tenemos varias operaciones matemáticas, símbolos de agrupación, regla de enteros y potencias en un mismo ejercicio. Desde el inicio de estos conceptos fundamentales para el álgebra hemos indicado que en matemáticas existen reglas, propiedades y un *orden* de cómo se evalúa una expresión numérica. Existe un orden de operaciones para determinar qué operación matemática se lleva a cabo primero, nos brinda una respuesta correcta y efectiva dentro de las matemáticas.

- ✚ Paso 1: Resuelve los paréntesis (), corchetes [] y/o llaves { }.
- ✚ Paso 2: Trabaja los exponentes (n^b) y radicales ($\sqrt[n]{a}$). (si existen)
- ✚ Paso 3: Realiza todas las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha en el orden que aparecen.
- ✚ Paso 4: Realiza las sumas y restas de izquierda a derecha en el orden que aparecen.

Ejemplos:

$$\begin{aligned} & 9\{2 - [6 + (4)^2 + 8]\} \\ & 9\{2 - [6 + 16 + 8]\} \\ & 9\{2 - [22 + 8]\} \\ & 9\{2 - 30\} \\ & 9\{-28\} \\ & -252 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3 \cdot 2^3 - (3-4)^4 + 2 \cdot \sqrt{9} \\ & = 3 \cdot 2^3 - (-1)^4 + 2 \cdot \sqrt{9} \\ & = 3 \cdot 8 - 1 + 2 \cdot 3 \\ & = 24 - 1 + 6 \\ & = 29 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 16 \times (32 \div 8) + 6^2 \\ & \quad \quad \quad \downarrow \\ & 16 \times 4 + 6^2 \\ & \quad \quad \quad \downarrow \\ & 16 \times 4 + 36 \\ & \quad \quad \quad \downarrow \\ & 64 + 36 \\ & \quad \quad \quad \downarrow \\ & 100 \end{aligned}$$

Material opcional de ejemplos del orden operaciones

https://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/TEXTGROUP14_RESOURCE/U09_L4_T1_text_final_es.html#:~:text=Los%20bloques%20de%20construcci%C3%B3n%20del,restas%2C%20de%20izquierda%20a%20derecha

Ejercicios de Aplicación X

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. Simplifica cada expresión numérica de manera correcta

a. $-24 + (-65) \div 5$

b. $5(2)^3 + 25 \div (-5)^2(-7 + 3)$

Ejercicio para Calificar: EXAMEN #1

EXAMEN DE UNIDAD CERO

OCTAVO GRADO

(Lección 0.1- 0.6)

Valor sugerido: 80 pts.

Nombre de la escuela	Nombre del Maestro	Nombre del Estudiante	#SIE

EXAMEN DE UNIDAD: CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Instrucciones Generales: *Recuerda que, aunque hay un valor sugerido la puntuación final es determina por el maestro.*

- Contesta cada parte de según las instrucciones de manera correcta.
 - Debes tener todos los cálculos en tu hoja de contestaciones.
 - Verifica antes de entregar tu prueba.
- I. Contesta cada enunciado, recuerda presentar todos tus cálculos de como realizaste el ejercicio de manera correcta.
- Traza la recta numérica del conjunto $M = \{-5, -3, 0, 4, 8\}$ y marca los puntos dados.
 - Llena los espacios en blancos y explica con los conceptos presentados por que llegaste a esa conclusión:
 - $-(-14) = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $-|-35| = \underline{\hspace{2cm}}$
 - $-(0) = \underline{\hspace{2cm}}$
- II. Resuelve las operaciones matemáticas con enteros. En tu hoja de contestación presenta tus cálculos paso a paso.
- $3 * (-4) * (-10) * (-5) =$
 - $-46 - (-18) =$
 - $-10 + (-3) + 15 =$

d. $-25 \cdot 3 \cdot (-14) \cdot 0 \cdot 9 =$

e. $(-175) \div 0 =$

III. Simplifica las expresiones numéricas de forma precisa. En tu hoja de contestación presenta tus cálculos paso a paso.

a. $(-5) - (-3)^2 + (-4)^2 =$

b. $36 \div (-4)(3) - 16 \div (-2) \cdot (-4) + 3 \cdot (9) \div (-3) =$

c. $-12 + [8^2 \div 2 \cdot 3 - 16 \cdot 6] =$

d. $20 \div -10^0 \cdot (-2) + 4(-5) =$

e. $\{0 + [3(9 - 4^2) - [-2 - 3]]\} =$

Unidad 1:	Números Reales Tiempo aproximado seis semana
Lección 1.0 Lección 1.1 Lección 1.2 Lección 1.3 Lección 1.4 Lección 1.5 Lección 1.6	Historia de los números Raíz cuadrada Raíz cúbica Expresión Algebraica Propiedad de los Números Reales Notación Científica Operaciones con notación científica
Objetivos de aprendizaje:	El estudiante adquiere destrezas para: <ul style="list-style-type: none"> ✚ Utilizar la raíz cuadrada y cubica para resolver problemas. ✚ Utilizar las propiedades de los números racionales para resolver problemas. ✚ Usar técnicas de estimación para decidir si una respuesta es razonable. ✚ Usar la notación científica para expresar números grandes y pequeños.
Expectativas e Indicadores:	<p>8.N.1.1 Reconoce, relaciona y aplica las propiedades de los números racionales (asociativa, conmutativa, identidad, inverso, distributiva, clausura) para resolver problemas y usa técnicas de estimación para decidir si la respuesta es razonable.</p> <p>8.N.1.2 Usa los símbolos de raíz cuadrada y raíz cúbica para representar soluciones a las ecuaciones de la forma $x^2 = p$ y $x^3 = p$, donde p es un número racional positivo. Estima las raíces cuadradas de cuadrados no perfectos y las raíces cúbicas de cubos no perfectos</p> <p>8.N.1.3 Realiza operaciones con números expresados en notación científica, incluidos problemas en los que se usa tanto la notación decimal como la científica. Usa la notación científica y escoge unidades de tamaño adecuado para medir cantidades muy grandes o muy pequeñas (ejemplo: Usar milímetros por año para expresar la expansión del suelo del mar). Interpreta la notación científica producida por la tecnología (ejemplo: megabits y años luz entre otros).</p>
Vocabulario	<ol style="list-style-type: none"> 1. Números Naturales (N): son aquellos que permiten contar los elementos iniciando en uno (1). Conjunto de los positivos {1,2,3...} es el primer conjunto de números utilizado por los seres humanos. 2. Número cardinal: son números que expresan cuántos hay de algo, son los números positivos iniciando en cero (0). 3. Número entero (Z): conjunto de números positivo, negativo y el cero. 4. Números racionales (Q)= número que puede ser escrito como cociente $(\frac{a}{b})$ de dos enteros, donde $b \neq 0$. Se puede observar como una razón de dos enteros, fracción y decimal periódico (que se repite) y decimal finito (exacto). (Ejemplo: -2, $\frac{1}{2}$, 1.5, 1.3333..., etc.) 5. Números irracional (I): número que no se puede expresar como una fracción es un decimal infinito no periódico. (Ejemplo: $\sqrt{2}$, π) 6. Números Reales (IR)= conjunto formado por los números racionales (Q) e irracionales (I) 7. Decimal periódico: Un decimal que repite sus dígitos infinitamente. (Ejemplo: 020202..., 1.333333, 3.123123123...)

	<p>8. Decimal finito: Decimal exacto, son aquellos que provienen de una fracción. (Ejemplo: $\frac{1}{2} = .50$; $\frac{2}{5} = .40$)</p> <p>9. Inverso: el efecto opuesto, lo contrario. (Ejemplo: -3 el opuesto es 3).</p> <p>10. Exponente: el exponente es un contador. Él cuenta el número de veces que la base se usa como factor. Notación exponencial n^x, donde x es el exponente.</p> <p>11. Raíz cuadrada: Expresión radical de índice dos (\sqrt{x}). Una cantidad que se multiplicará por sí misma dos veces, y que nos permite obtener un número determinado. (Ejemplo: $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$, por lo tanto $(\therefore) = 9 * 9 = 81$)</p> <p>12. Raíz cúbica: Expresión radical de índice tres ($\sqrt[3]{x}$). Una cantidad que se multiplicará por sí misma tres veces, y que nos permite obtener un número determinado. (Ejemplo: $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$, por lo tanto $(\therefore) = 2 * 2 * 2 = 8$).</p> <p>13. Raíz cuadrada perfecta: Los cuadrados perfectos son números cuyas raíces cuadradas son números enteros. Son raíces cuadradas o cúbicas, su resultado siempre es un entero.</p> <p>14. Variable: número que se desconoce (incógnita) (Ejemplo: a, b, m, n, x, y)</p> <p>15. Factor: Cada uno de los términos de una multiplicación.</p> <p>16. Factor Común: Cuando una misma cantidad, ya sea número o letra, se encuentra en todos los términos de una expresión.</p> <p>17. Término algebraico: Expresión que contiene números y variables</p> <p>18. Término semejante: Son aquellos que tienen la misma parte literal, o dicho de otra forma aquellos que tengan las mismas letras y con igual exponente.</p> <p>19. Potencia: Son una manera abreviada de escribir una multiplicación formada por varios números iguales</p>
--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

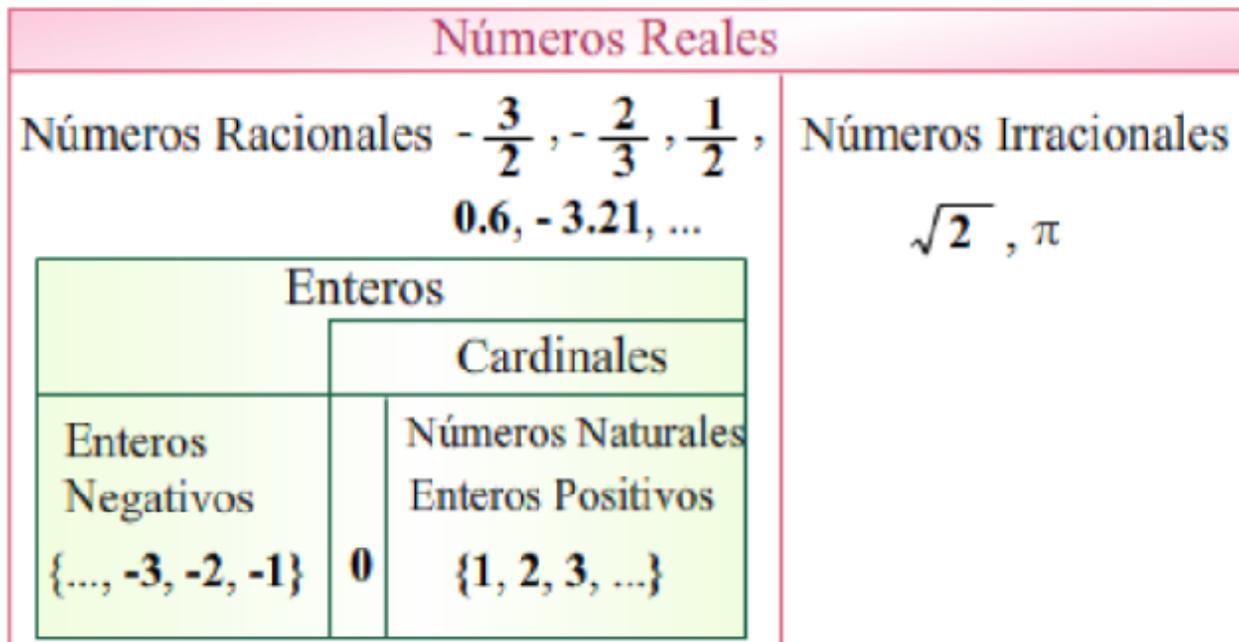
Tabla de símbolos matemáticos opcional para tu conocimiento:

<http://3con14.com/35-%C3%BAtiles/f%C3%B3rmulas/9-s%C3%ADmbolosmatem%C3%A1ticos-f%C3%B3rmulas.html>

UNIDAD UNO: NÚMEROS REALES

Lección 1.0: Historia de los números

La historia de los números data aproximadamente desde 2200 a. C. Si buscas en los libros, enciclopedias y el internet, encontraras la historia de los números. Esta nos brinda un conocimiento sobre cómo se formó la numeración arábica que utilizamos hoy día. Pero, para que es necesaria la historia, para poder clasificarlos, reconocerlos y trabajar con ellos. Veamos un mapa de conceptos de los números reales:



Video opcional : ¿Quién invento los números? – Curiosamente 123 <https://www.youtube.com/watch?v=2GzNRY2iYNg>

Presentación números reales: <http://math.uprag.edu/milena/5.1%20NUMEROS%20REALES..pdf>

Cuando trabajamos con Álgebra la parte fundamental es identificar y clasificar los conjuntos de los números reales. Según como esta en la ilustración 9, es importante porque de esta manera podemos clasificar las expresiones numéricas.

EJEMPLOS: Utilizando las definiciones y la ilustración 9, identifica cada número como racional o irracional.

#	Número	Identificación	Explicación
1.	2.123345678...	Número Irracional	Es un decimal infinito no periódico (que no se repite).
2.	75	Número Racional	Es un entero positivo, por lo tanto es un número racional
3.	$\sqrt{36} = 6$	Número Racional	Es una raíz cuadrada exacta, las raíces cuadradas exactas son números enteros.
4.	6.181818...	Número Racional	Es un decimal periódico (se repite), por lo tanto, es número racional.
5.	π	Número Irracional	Es el equivalente de 3.14159265359... es un decimal infinito no periódico.
6.	$\frac{1}{4} = .25$	Número Racional	La fracción es un decimal finito (decimal exacto).

Ejercicios de Aplicación XI

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

Utiliza las definiciones y la ilustración 9.

1. Indicaremos si el número es racional o irracional, explica tu respuesta.

a. -23.5

b. $\sqrt{3}$

Ejercicio para Calificar: TAREA EJECUCIÓN – Valor Sugerido 25 pts.

Instrucciones: Crea tu propio organizador gráfico, para ilustrar las relaciones entre los subgrupos del sistema de números reales. Los números que vas a utilizar en tu organizador gráfico son:

$\{0, \frac{2}{4}, -1\frac{3}{4}, \sqrt[3]{64}, 28.34567 \dots, \sqrt{37}, \sqrt{1296}, -35, \pi, \frac{-2}{5}, -3^2, \sqrt{169}, 2.\overline{33333}, 4.6666 \dots, 35\}$

Lección 1.1 Raíz cuadrada



Ilustración 10

Observamos a la izquierda la ilustración 10, ella nos representa las raíces cuadradas. Nuestras raíces se forman de números fraccionarios veamos: $b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{b^m}$ por lo tanto $12^{\frac{1}{2}} = \sqrt{12}$ / $4^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4}$ / $2^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{2^5}$

Pero como las resolvemos, primero debemos conocer las partes de una potencia, observemos la ilustración 11 a continuación:

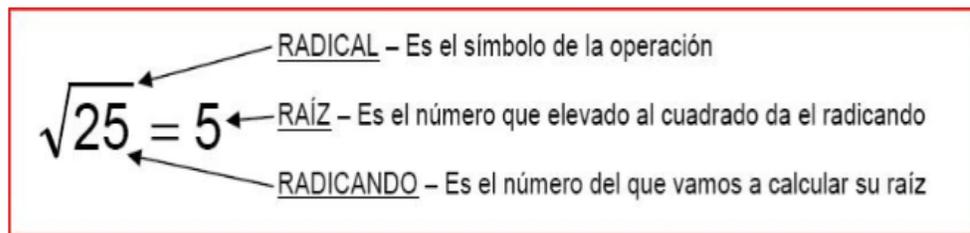


Ilustración 11

Ahora vamos a trabajar para resolverlas, recordamos que todas las operaciones tienen su inverso (opuesto):

Expresión numérica	Inverso de la expresión numérica
$7 + 7 = 14$	$14 - 7 = 7$
$8 * 6 = 48$	$48 \div 8 = 6$

En el caso de los exponentes también tienen su inverso

Expresión exponencial	Inverso de la expresión exponencial
	Raíz cuadrada perfecta o exacta
$5^2 = 5 * 5 = 25$	$\sqrt{25} = \pm 5$ recuerda $5 * 5 = 25$
$(-5)^2 = (-5) (-5) = 25$	
$7^2 = 7 * 7 = 49$	$\sqrt{49} = \pm 7$ recuerda $7 * 7 = 49$
$(-7)^2 = (-7)(-7) = 49$	

Videos para hallar raíz cuadrada : <https://www.youtube.com/watch?v=gPV5VqQ3Aig&t=158s>

<https://www.youtube.com/watch?v=LJGr86WGWrk>

Una raíz cuadrada puede tener dos soluciones una positiva y una negativa. Pero si el radicando es negativo la raíz no tiene solución real. No existe ningún número que elevado al cuadrado que dé como resultado un número negativo.

$\sqrt{-16}$ no tiene solución real

Ilustración #12

¿Cuál es la razón para que no exista una solución real para los radicandos negativos? Si observamos la ilustración #11 podemos ver que no existe ningún número elevado al cuadrado para -16.

Ejemplos: $\sqrt{16} = 4^2$ o $(-4)^2$ esto significa que $(4)(4) = 16$ o $(-4)(-4) = 16$

Observamos que si tenemos negativo elevado cuadrado el resultado es positivo por la regla de los enteros. Si tenemos $(-4)(4)$ entonces tenemos -16 pero no está elevado al cuadrado por lo tanto no hay solución real para radicandos negativos

Las raíces presentadas hasta ahora son exactas o cuadradas perfectas. Veamos cuando la raíz no es exacta como la $\sqrt{15}$. Hay diferentes procesos para determinar la aproximación de una raíz no exacta, veamos:

Ejemplo: Diferentes maneras de buscar raíces no exactas.

$\sqrt{15}$ podemos decir que se encuentra entre la raíz de 9 y 16
Sabemos que la raíz de $\sqrt{9}$ es $(3)(3)$ y la de $\sqrt{16}$ es $(4)(4)$
Por lo tanto, la $\sqrt{15}$ se encuentra entre 3 y 4, debemos buscar lo más cercano a 4 que en este caso es 3.8 o 3.9

$\sqrt{15}$ también se puede utilizar la Propiedad Multiplicación de raíces de igual índice ($\sqrt{a * b} = \sqrt{a} * \sqrt{b}$) la cual utilizamos para simplificar radicales, indicando que es $\sqrt{3} * \sqrt{5}$ si sumamos los resultados de cada raíz nos da una aproximación de 3.968... Recuerda que debes seguir el ejemplo anterior o utilizar como herramienta la calculadora.

- $\sqrt{15}$ Sabemos que la raíz se encuentra entre $\sqrt{9}$ es (3)(3) y la de $\sqrt{16}$ es (4)(4), ahora trabajaremos matemáticamente para encontrar ese número aproximado.
- Utilizamos el 3 ya que el 4 se pasa, entonces tenemos $3 \cdot 3 = 9$
 - Duplicamos el 3, nos da 6 (segunda raya)
 - Ahora buscamos un número decimal pero nuestro residuo es 6 para llegar a un número decimal debemos incluir ceros
 - Luego se busca un número que complementa al 6 para multiplicarse por él y que nos aproxime a 600.
 - Ese número que en nuestro caso es 8 lo subimos con el 3 separado con un punto decimal 3. 8
 - Así encontramos el número aproximado de $\sqrt{15} \cong 3.8$

\cong = símbolo de aproximación

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{15} & \\
 -9 & 3' 8 \\
 \hline
 600 & \underline{68 * 8 = 544} \\
 -544 & \\
 \hline
 56 &
 \end{array}$$

Se efectúa un proceso de tanteo

$65 * 5 = 365$ muy bajo

$67 * 7 = 469$ muy bajo

$69 * 9 = 621$ se paso

$68 * 8 = 544$ lo encontramos

Si confirmas con la calculadora esta te dirá que $\sqrt{15} = 3.87298...$ por lo tanto, podemos decir que nuestro resultado es $\sqrt{15} \cong 3.8$

Veamos otro ejemplo y el proceso a seguir siempre es el mismo con más de tres dígitos.

Esta vez buscamos la raíz de $\sqrt{173}$.

- Lo primero es dividir el número en grupos de dos, así que vamos a tener 01 y 73, es importante saber que de tener 4 dígitos no necesitas poner el cero al frente.
- Determina la raíz cuadrada que más se acerca a 01, en nuestro caso es 1
- Duplica el 1, nos da 2

- Resta 01 -01 y nos da 0, bajamos los siguientes dos números 73
- Tenemos 073, buscamos un número para complementar el duplicado $2_ _ = _$, recuerda proceso de tanteo.
- Determinamos que es 3, por lo tanto, tenemos $23 * 3 = 69$
- Restamos $073 - 69 = 4$, subimos el 3 y ya completamos nuestro entero 13 ahora buscamos el decimal
- Duplicamos el 13, nos da 26
- Al residuo 4 le añadimos dos ceros para tener 400, buscamos un numero para complementar el duplicado $26_ _ = _$, recuerda proceso tanteo
- Determinamos que es 1, por lo tanto, tenemos $261 * 1 = 261$
- Restamos $400 - 261 = 139$, subimos el 1 que es nuestro primer decimal
- Como estamos trabajando con decimales al resultado de la resta le añadimos dos ceros 13900
- Duplicamos el número que tenemos arriba: 13 entero 1 decimo, lo trabajamos como si fuera un solo número $131+131= 262$
- Buscamos un número para complementar el duplicado $262_ _ = _$
- Determinamos por tanteo que es 5, $2625 * 5 = 13125$
- Restamos $13900 - 13125 = 775$, **si deseamos encontrar otro decimal repetimos el proceso desde la duplicación del número que en este caso sería $1315 + 1315 = 2630$**

$\sqrt{173}$	13' 15
01' 73	1+1=2
-1	$23 * 3 = 69$
0 73	$13+13 = 26$
- 69	$261 * 1 = 261$
400	$131+131=262$
- 261	$2625 * 5 = 13125$
13900	$1315+1315=2630$
-13125	$2630_ _ = _$
775	Repites los procesos si deseas encontrar más decimales.

Si confirmamos con la calculadora esta nos indica que $\sqrt{173} = 13.152946$ por lo tanto, podemos decir que nuestro resultado es $\sqrt{173} \cong 13.15$

Video para ampliar conocimiento: https://www.youtube.com/watch?v=Ua9_FIArcs0
<https://www.youtube.com/watch?v=OTQS9jhdRd4>

Ejercicios de Aplicación XII

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

Puedes utilizar como herramienta la calculadora para corroborar resultado, pero debes efectuar la operación completa.

1. Determina la raíz exacta de:

a. $\sqrt{289}$

b. $\sqrt{81}$

c. $\sqrt{-121}$

2. Determina la raíz no exacta de:

a. $\sqrt{19}$

b. $\sqrt{424}$

El proceso completo del ejercicio 21 está en este video:

<https://www.youtube.com/watch?v=OTQS9jhdRd4>

Ejercicio para Calificar: Tarea desempeño valor 2 Opts.

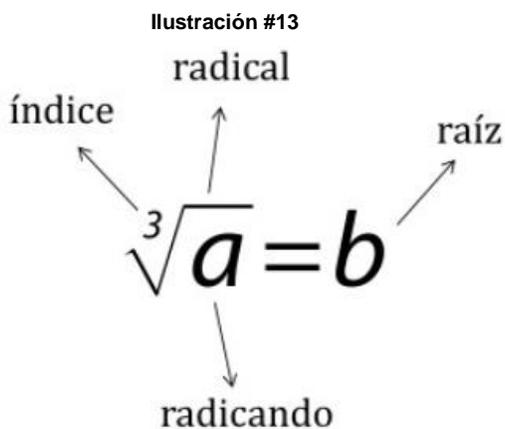
Instrucciones: Contesta de manera clara y precisa el siguiente problema:

La piscina de Rafael

- El papá de Rafael va a construir una piscina afuera de su casa en forma de un cuadrado con el área de 121 pies^2 . Alrededor de la piscina quiere construir una plataforma de cuatro pies de ancho. Explícale a Rafael paso a paso como calcular el perímetro de la plataforma. Tu explicación debe incluir un dibujo de la piscina y la plataforma.

Lección 1.2 Raíz cúbica

El proceso para evaluar las raíces cúbicas es igual que con las cuadradas la diferencia está en el índice que en la cuadrada es 2 y en la cúbica es 3. Ahora bien, en las raíces cúbicas existen los radicandos negativos.



Videos para hallar raíz cúbica

<https://www.youtube.com/watch?v=wI72EPts8mk&t=135s>

Expresión exponencial al cubo	Raíz Cúbica
$5^3 = 5 * 5 * 5 = 125$	$\sqrt[3]{125} = 5$ recuerda $5 * 5 * 5 = 125$
$(-5)^3 = (-5) (-5) (-5) = -125$	$\sqrt[3]{-125} = -5$ recuerda $(-5) (-5) (-5) = (-125)$ por la regla de los enteros

Ejercicios de Aplicación XIII

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

Puedes utilizar como herramienta la calculadora para corroborar resultado, pero debes efectuar la operación completa.

1. Determina la raíz exacta de:

a. $\sqrt{216}$

b. $\sqrt{-729}$

c. $\sqrt{-8}$

Ejercicio para Calificar: Tarea de ejecución valor 20 pts.

Instrucciones: Contesta de manera clara y precisa cada premisa:

- 1) Haga un dibujo para demostrar por qué 16 es un cuadrado perfecto.
- 2) Describa una situación de la vida real donde se utilizaría la raíz cuadrada y una donde se utilizaría la raíz cubica.
- 3) Utilizado un razonamiento valido evidencia que la raíz cuadrada de 13 debe ser entre 3 y 4
- 4) ¿Cuál es la respuesta de la siguiente ecuación: $x^3 = (\frac{27}{-125})$? Explica tu respuesta.

A. 0.214

C. $-\frac{9}{25}$

B. $\frac{1}{5}$

D. $-\frac{3}{5}$

Lección 1.3 Expresiones Algebraicas

Hemos estado aprendiendo y ampliando nuestros conocimientos en las expresiones numéricas en matemáticas. Ahora vamos caminando hacia el mundo del álgebra esta lección nos lleva a iniciar los conceptos y destrezas que nos servirán de plataforma para caminar este Año 2020-2021 en Álgebra I de octavo grado.

Video de referencia (opcional): Que es el álgebra <https://www.youtube.com/watch?v=rllkazfwZJU>

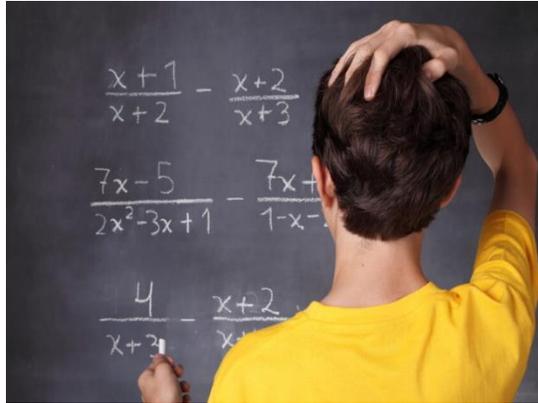


Ilustración #14

El álgebra se define como aquella rama de las matemáticas encargada de estudiar, investigar las relaciones y operaciones, cantidades, estructuras de los números y las propiedades de los mismos. Esto permite hacer referencia a las leyes generales y a números desconocidos (incógnitas=variables) y nos abre las puertas al desarrollo de expresiones algebraicas, ecuaciones y la solución de problemas. Como definimos una expresión algebraica como el conjunto de símbolos (variable) y números relacionados con operaciones matemáticas (suma, resta, multiplicación y división) de modo ordenado para llegar a una solución.

Expresión Numérica	Expresión Algebraica
$5 + -9 = \underline{\quad}$	$5 + -9 = n$
$[\] \div \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$	$m \div \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$
$(.25)(.75)(1.85) = \underline{\quad}$	$(.25)(.75)(1.85) = x$

Como podemos observar siempre hemos trabajado dentro del algebra lo que en primaria era una rayita, un cuadrado ahora es una variable, un número que desconocemos. Pero es importante conocer el lenguaje algebraico. En las expresiones algebraicas llamamos a la variable un número, debido a que desconocemos su valor y de esta manera la identificamos. Podemos utilizar cualquier letra del abecedario en minúscula, en mayúscula se utilizan mayormente para dar nombres; tales como el triángulo *ABC* etcétera.

Lenguaje Ordinario	Lenguaje Algebraico
Un número	x
Un número más doce	$a + 12$
Un numero disminuido en cinco	$d - 5$
El producto de dos números	$(a)(x)$
El cubo de un número	n^3
El cuadrado de la suma de dos números	$(x + y)^2$
Alan hoy tiene 13 años hace, x años tenia	$13 - x$

Video de referencia (opcional): Expresiones Algebraicas <https://n9.cl/l1tb>

Vemos que las operaciones se encuentran en las expresiones algebraicas, eso nos da una idea de que vamos a realizar. Por otro lado, las expresiones pueden ser evaluadas, sustituir por un numero dado para obtener un valor numérico.

Expresión Algebraica	Evaluación	Valor Numérico
$2y + x$ cuando $x=-3, y= 0$	$2y + x$ $2(0) + (-3)$ <i>Regla de enteros</i>	$2(0) + (-3)$ $0 - 3$ -3
$((x \div y)^3 + c)$ cuando $x= 26, y= -2, c= 7$	$((x \div y)^3 + c)$ $((26 \div -2)^3 + 7)$ <i>Regla de enteros y orden operaciones</i>	$((26 \div -2)^3 + 7)$ $((-13)^3 + 7)$ $(-2197 + 7)$ - 2,190
$(6x - 7y)^2$ cuando $x= -6, y= -2$	$(6x - 7y)^2$ $(6(-6) - 7(-2))^2$ <i>Regla de enteros y orden operaciones</i>	$(6(-6) - 7(-2))^2$ $((-36) - (-14))^2$ $(-36 + 14)^2$ $(-22)^2$ 484
$\sqrt{x + 8}$ cuando $x = - 4$	$\sqrt{x + 8}$ $\sqrt{(-4) + 8}$	$\sqrt{(-4) + 8}$ $\sqrt{4}$ 2
$[(\sqrt{a}) + \sqrt[3]{b}]$ cuando $a = -36, b= - 27$	$[(\sqrt{a}) + \sqrt[3]{b}]$ $[(\sqrt{-36}) + \sqrt[3]{-27}]$	$[(\sqrt{-36}) + \sqrt[3]{-27}]$ [no tiene solución real] + -3] No tiene solución real por la $(\sqrt{-36})$

Ejercicios de Aplicación XIV

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

Puedes utilizar como herramienta la calculadora para corroborar resultado, pero debes efectuar la operación completa.

1. ¿Qué es una expresión algebraica?
2. ¿Cómo evalúas una expresión algebraica? Explica y ofrece ejemplo
3. ¿Cuál es la expresión algebraica para: *el doble de un número más el triple de otro es igual a 8?*
4. Evalúa la expresión: $[(\sqrt{a}) + \sqrt[3]{b}]$, cuando $a = 49$, $b = 8$

Ejercicio para Calificar: EXAMEN #2

EXAMEN DE UNIDAD I

OCTAVO GRADO

(Lección 1.0 a 1.3)

Valor sugerido: 50 pts.

Nombre de la escuela	Nombre del Maestro	Nombre del Estudiante	#SIE

TEMA: NÚMEROS REALES

Instrucciones Generales del Examen:

- Recuerda que, aunque existe una puntuación sugerida es tu maestro quien determina el valor del examen.
- Lee cuidadosamente cada parte y premisa a ser contestado.
- Escribe la mejor contestación según lo estudiado en clase
- Presenta la evidencia de **todos los cálculos** realizados para resolver cada parte del examen

- I. Crea un organizador gráfico para el siguiente conjunto de números según los estudiados en clase. Clasifica los números según los conjuntos a los cuales pertenece.

$$\left\{ \pi, \sqrt{2}, .035, -\frac{3}{4}, -\frac{16}{4}, 0, 3, \sqrt{3}, \sqrt{81}, \sqrt{-4} \right\}$$

II. Lee cuidadosamente cada premisa y contesta según lo estudiado en clase.

1) ¿Cuál es la raíz cuadrada de $576\frac{1}{2}$? Explica tu respuesta.

2) ¿Cuál es la mejor aproximación para el valor de $\sqrt{7}$? Muestra el proceso para determinar la aproximación.

3) ¿Cuál es la raíz cubica de $-\sqrt[3]{-64}$? Explica tu respuesta.

4) ¿Cuál es la raíz de $\sqrt[4]{16}$? Explica tu respuesta.

5) Escribe la fracción unitaria $2^{-\frac{1}{2}}$ como una potencia positiva, explica tu respuesta.

III. Evalúa las expresiones algébricas recuerda la regla de los enteros y el orden de operaciones debes evidenciar el proceso que utilizaste.

1. $\sqrt{a} \div \sqrt{b} + (-2)(5)$
donde $a = 144, b = 16$

2. $(a - b) - c\frac{1}{2}$
donde $a = -6, b = -12, c = 36$

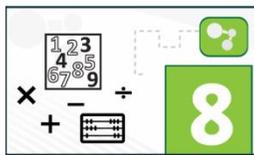
3. $x^3(3) + \sqrt{c} - 2 - \sqrt[3]{n}$
donde $x = -2, c = 25, n = 8$

4. $(5 * x^2)^3 - 3(m^5)$
donde $x = -6, m = -3$

Lección 1.4 Propiedades de los Números Reales

Hemos estado aprendiendo y ampliando nuestros conocimientos recordando conceptos y destrezas para adentrarnos al mundo del Álgebra I. Esta lección 1.3 de las propiedades números reales que iniciamos, no será, del todo nueva ya que en la unidad cero las

recordamos de nuestros cursos anteriores. En esta ocasión utilizamos las propiedades de los números reales para resolver problemas y estimaciones para decidir si la respuesta es razonable.



PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS REALES

<p><u>Propiedad del Inverso Aditivo</u> nos indica que la suma de un entero y su inverso aditivo es igual a cero. Para cualquier entero a, existe otro entero, su opuesto <i>ha</i> llamado el inverso aditivo de a, tal que $a + (-a) = 0$</p>	<p><u>Propiedad del Inverso Multiplicativo</u> nos indica que el producto de un número y cero siempre es 0. Para cualquier entero a.</p> <p>$a \cdot 0 = 0$ y $0 \cdot a = 0$</p>
<p><u>Propiedad Conmutativa de la suma</u> nos indica que la suma la podemos efectuar en cualquier orden. Para cualesquiera dos enteros a y b,</p> <p>$a + b = b + a$.</p>	<p><u>Propiedad Conmutativa de la Multiplicación</u> nos indica que la multiplicación la podemos efectuar en cualquier orden. Para cualesquiera dos enteros a y b.</p> <p>$a \cdot b = b \cdot a$.</p>
<p><u>Propiedad asociativa de la suma</u> nos indica que podemos agrupar la suma de tres enteros de cualquier forma. Para cualesquiera tres enteros a, b, y c.</p> <p>$(a + b) + c = a + (b + c)$.</p>	<p><u>Propiedad asociativa de la multiplicación</u> nos indica que podemos agrupar la multiplicación de tres enteros de cualquier forma. Para cualesquiera tres enteros a, b, y c.</p> <p>$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.</p>
<p><u>Propiedad de la identidad de la suma</u> nos indica que la suma de un entero y cero es el mismo entero. Para cualquier entero a,</p> <p>$a + 0 = a$; $0 + -a = -a$</p>	<p><u>Propiedad de la identidad de la multiplicación</u> nos indica que la multiplicación de un entero y uno es el mismo entero. Para cualquier entero a,</p> <p>$a \cdot 1 = a$; $1 \cdot -a = -a$</p>
<p><u>Propiedad Distributiva de la multiplicación</u> nos indica que un entero se puede distribuir sobre una suma o resta. Para cualesquiera tres números a, b y c la multiplicación se distribuye sobre:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Suma $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ ○ Resta $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$ 	
<p><u>Propiedad de clausura</u> quiere decir, que, al operar con números racionales, ya sea, suma, resta, multiplicación o división (divisor distinto a cero), siempre el resultado será otro número racional (φ).</p> <p style="text-align: center;">Para cualquier número racional, si $a, b \in \varphi$ entonces $c \in \varphi$ (símbolo \in = pertenece a φ = Número Racional)</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Suma $a + b = c$ $-5 + 9 = 4$ ○ Resta $a - b = c$ $-3 - 3 = -6$ ○ Multiplicación $a \cdot b = c$ $-8 \cdot 5 = 40$ ○ División $a \div b = c$ $12 \div 4 = 3$ 	

Vamos aplicar las propiedades de los números reales en las expresiones algebraicas:

1) ¿Cuál propiedad de los números reales justifica el siguiente enunciado?

$$4x(y + 2) - 3y = 4x(y) + 4x(2) - 3y$$

- A) La asociativa de la multiplicación
- B) La conmutativa de la multiplicación
- C) La propiedad de clausura de multiplicación
- D) La distributiva de la multiplicación sobre la suma

2) ¿Cuál es un ejemplo de la propiedad conmutativa de la suma?

A) $3 + 5m = 3 + (1 + 4)m$

B) $3 + 5m = 5m + 3$

C) $3 + 5m = (3 + 5)m$

D) $3 + 5m = 3m + 5$

Respuesta: D y B

Ejercicios de Aplicación XV

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

Utiliza las Propiedades de los números reales para resolver este ejercicio.

1. Observa el siguiente conjunto de enteros $\{-1, 0, 1\}$

- A. ¿Cuál de las propiedades de los números reales son verdaderas para el conjunto?

Ejercicio para Calificar: Tarea Desempeño – valor 20 pts.

La tabla a continuación muestra una **relación de multiplicación** que funciona con el conjunto de números $\{1,2,3,4,5,6\}$. No es una tabla de multiplicación, es una tabla de relación de números de multiplicación.

*	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	3	4	5	6	1
3	3	4	1	6	2	5
4	4	5	6	1	3	2
5	5	6	2	3	1	4
6	6	1	5	2	4	3

- Determina y explica si hay una propiedad de identidad para este conjunto. Si es así, ¿Cuál es y como lo determinaste?
- Determina y explica si hay una propiedad conmutativa para este conjunto. Si es así, ¿Cuál es y como lo determinaste?
- Determina y explica si hay una propiedad de clausura para este conjunto. Si es así, ¿Cuál es y como lo determinaste?
- ¿Cuál número del conjunto tiene su inverso? Si es así, ¿Cuál es el número y como lo determinaste?

Lección 1.5: Notación Científica

Cuando trabajamos con números *muy grandes* o *muy pequeños*, los científicos, matemáticos e ingenieros usan notación científica para expresar esas cantidades. La notación científica es una abreviación matemática, basada en la idea de que es más fácil leer un exponente que contar muchos ceros en un número. Números muy grandes o muy pequeños necesitan menos espacio cuando son escritos en notación científica porque los valores de posición están expresados como potencias de base 10. Estas potencias son positivas y negativas, se conocen como números muy grandes con dirección hacia la derecha las positivas.

SISTEMA EN BASE 10					
CM	DM	UM	C	D	U
100.000	10.000	1000	100	10	1
				$10^1 = 10$	Decena
			$10^2 = 10 \times 10 = 100$		Centena
		$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1.000$			Unidad de Millar
	$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10.000$				Decena de Millar
$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100.000$					Centena de Millar

Ilustración

Ahora cuando hablamos de las potencias de base 10 negativas debemos recordar las leyes de la potencia negativa. Estas potencias negativas se conocen como números muy pequeños con dirección hacia la izquierda.

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0.001$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0.0001$$

$$10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1000000} = 0.000001$$

Ilustración 17

Dos aspectos que debemos recordar cuando trabajamos con notación científica son los números enteros que llevan su punto decimal al final, aunque no se escribe.

Ejemplo:

$$6 = 6. \qquad 60 = 60. \qquad 600 = 600. \qquad 6,000 = 6,000.$$

Y el entero llamado cero, este es de suma importancia por la notación posicional que él ocupa. El cero (0) es un número que su valor es nulo, es el único que ni es positivo ni es negativo. Su importancia está en su ubicación si está a la derecha de un número decimal se multiplica por 10 pero si está a la izquierda del punto decimal no tiene valor:

Ejemplos: Su valor posicional es

Entero (derecha)

Decimal (izquierda)

6 = unidades

0.6 = décimo

60 = decenas

0.06 = centésimas

600 = centena

0.006 = milésimas

6,000 = unidad de mil

0.0006 = diez milésimas

Notación Científica

$$a \times 10^n$$

$1 \leq a < 10$ número entero

Ilustración 18

Vamos a escribir enteros y decimales en la forma de notación científica. Recuerda que nos movemos a la primera cifra que sea mayor o igual a uno y menor que 10, además cuando nos movemos a la izquierda el exponente es positivo y a la derecha el exponente es negativo.

Ejemplos:

Decimales	Notación Científica	Enteros	Notación científica
0.005 Se mueve el punto a la derecha tres veces	$5 * 10^{-3}$	58.3 Se mueve el punto a la izquierda una vez	$5.83 * 10^1$
0.326 Se mueve el punto a la derecha una vez	$3.26 * 10^{-1}$	325.02 Se mueve el punto a la izquierda dos veces	$3.25 * 10^2$
0.00072 Se mueve el punto a la derecha cuatro veces	$7.2 * 10^{-4}$	7.95 El punto ya está en su lugar se rescribe como notación científica.	$7.95 * 10^0$
0.101 Se mueve el punto a la derecha una vez	$1.01 * 10^{-1}$	5,000 = 5,000. Se mueve el punto a la izquierda tres veces	$5 * 10^3$

- **Recuerda el entero en la notación científica es mayor o igual a uno y menor que diez.**
 - **Número grande = exponente positivo**
 - **Número pequeño = exponente negativo**

Video de referencia (opcional): Notación Científica <https://www.youtube.com/watch?v=qjX4wKUoK7E&t=548s>
https://www.youtube.com/watch?v=c6iauy_4OZw

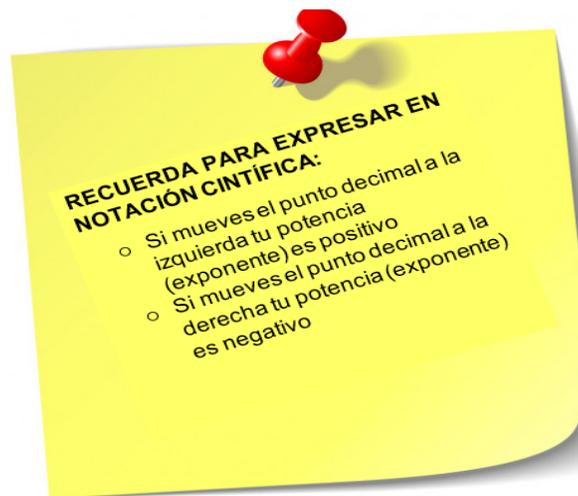
Ejercicios de Aplicación XVI

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. Expresa en Notación Científica

- a. 765,000,000
- b. 0.0059
- c. -24,300



Ejercicio para Calificar: TAREA EJECUCIÓN - valor 12 pts.

A) Expresa cada número en Notación Científica. Debes tener TODOS los cálculos en tu hoja de contestación.

- a. 0.0000714
- b. 44,419
- c. 1.003

B) Expresa la Notación Científica en número estándar. Debes tener TODOS los cálculos en tu hoja de contestación.

- a. $4.5514 * 10^{-9}$
- b. $5.07 * 10^8$
- c. $-2.369 * 10^0$

Rubrica Sugerida para tarea ejecución con valor de 12 puntos:

- Avanzado: El estudiante cumplió **todos** los requisitos de la tarea, y demostró una comprensión - 100% a 90%
- Proficiente: El estudiante cumplió **con la mayor parte** de los requisitos de la tarea o demostró pequeñas faltas en su comprensión – 90% a 70%
- Básico: El estudiante cumplió solo con **algunos requisitos** de la tarea, y demostró grandes faltas en su comprensión – Menos de 70%

Ejercicio para Calificar: EXAMEN #3

EXAMEN DE UNIDAD I

OCTAVO GRADO

(Lección 1.4 a 1.5)

Valor sugerido: 50 pts.

Nombre de la escuela	Nombre del Maestro	Nombre del Estudiante	#SIE

TEMA: PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS REALES E INTRODUCCIÓN A LA NOTACIÓN CIENTÍFICA

Instrucciones Generales:

- Recuerda que, aunque existe una puntuación sugerida es tu maestro quien determina el valor del examen.
- Lee cuidadosamente cada parte y premisa a ser contestado.
- Debes proveer tus cálculos en tu hoja de contestaciones, de TODOS los ejercicios

1. A Dimitri le pidieron que simplificara la siguiente expresión.

$$4x + 9 - 3y + 2x + 3y$$

- A. Escribe la expresión en su forma MÁS simple y muestra el procedimiento.
- B. ¿Qué propiedades de los números reales usaste para simplificar la expresión?

Recuerda contestar todas las partes de la pregunta en el espacio provisto.



2. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa la propiedad del inverso aditivo?

a. $5 + (6 + 2) = (5 + 6) + 2$

b. $5(6 + 2) = 5(6) + 5(2)$

c. $5 + (-5) = 0$

d. $5 \cdot 1 = 5$

(A)

(B)

(C)

(D)

Recuerda llenar el círculo de la contestación correcta por completo.

3. Observa el siguiente número: 819,000,000.

¿Cuál notación científica lo representa?

a. $8.19 * 10^7$

b. $8.19 * 10^{-7}$

c. $8.19 * 10^8$

d. $8.19 * 10^{-8}$

(A)

(B)

(C)

(D)

Recuerda llenar el círculo de la contestación correcta por completo.

4. ¿Qué propiedad explica que $20 \times 25 = 25 \times 20$?

a. asociativa

b. distributiva

c. conmutativa

d. inverso multiplicativo

(A)

(B)

(C)

(D)

Recuerda llenar el círculo de la contestación correcta por completo.

5. Expresa en notación decimal el siguiente número que se encuentra en notación científica $-7 * 10^3$.

Escribe la respuesta en la cuadrícula que aparece abajo, llena los círculos correspondientes y asegúrate de usar el valor posicional correcto.

						.			
-	0	0	0	0	0		0	0	0
	1	1	1	1	1		1	1	1
	2	2	2	2	2		2	2	2
	3	3	3	3	3		3	3	3
	4	4	4	4	4		4	4	4
	5	5	5	5	5		5	5	5
	6	6	6	6	6		6	6	6
	7	7	7	7	7		7	7	7
	8	8	8	8	8		8	8	8
	9	9	9	9	9		9	9	9

6. ¿Cuáles propiedades justifican la siguiente ecuación?

$$x(y + 2) = xy + 2x$$

- a. de identidad y asociativa
- b. asociativa y conmutativa
- c. de identidad y distributiva
- d. distributiva y conmutativa

A B C D

Recuerda llenar el círculo de la contestación correcta por completo.

7. Un átomo de oxígeno pesa aproximadamente 0 000 000 000 000 000 000 000 02656 gramos.

¿Cuál notación científica en gramos la representa?

- a. $0.2656 * 10^{-23}$
- b. $2.656 * 10^{-23}$
- c. $26.56 * 10^{23}$
- d. $2.565 * 10^{23}$

A B C D

Recuerda llenar el círculo de la contestación correcta por completo.

8. ¿Cuál de los números está escrito en notación científica?

a. $4.25 \times 10^{0.08}$

b. 0.425×10^7

c. 42.5×10^5

d. 4.25×10^6



Recuerda llenar el círculo de la contestación correcta por completo

9. La población mundial se estima en alrededor de 6, 800, 000,000 personas.

¿Cuál enunciado es VERDADERO?

a. 7×10^9

b. 0.68×10^{10}

c. 6.8×10^9

d. 68×10^8



Recuerda llenar el círculo de la contestación correcta por completo

10. Observa la expresión algebraica simplificada:

$$3x + 12x = 15x$$

¿Cuáles dos propiedades se utilizaron para obtener la respuesta?

a. Distributiva y Conmutativa

b. Conmutativa y Asociativa

c. Distributiva y Asociativa

d. Asociativa e Identidad

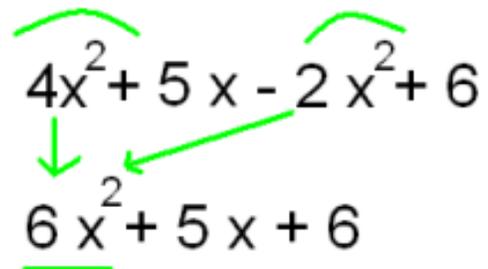
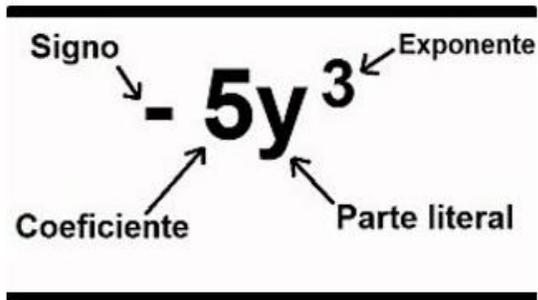


Recuerda llenar el círculo de la contestación correcta por completo

Lección 1.6 Operaciones en Notación Científica

A. Suma y Resta de Notación Científica

Repasemos un poco de expresiones algebraicas cuando se suman y restan debemos utilizar los términos semejantes son aquellos que tienen la misma parte literal, o dicho de otra forma aquellos que tengan las mismas letras y con igual exponente. Para poder efectuar la operación de suma o resta tienen que ser términos semejantes.



Término semejante

Ilustración 19

Términos Semejantes (presentación opcional) : <https://es.slideshare.net/AraceliAlvarez4/trminos-semejantes-60484606>

Por lo tanto, en notación científica se tiene que tener la misma potencia (término semejante) para poder ejecutar la suma y resta. No podemos olvidar que estamos trabajando con exponentes, existe una regla de exponentes con diferentes exponentes pero con bases iguales: $n^a \cdot n^b = n^{a+b}$ Esta regla de exponentes aplica en notación científica porque la base siempre es 10, además las reglas de los signos están presentes y aplican de igual forma. Pero, ¿por qué?, estamos teniendo en cuenta todos estos conceptos, vamos a trabajar con la suma y resta y los necesitamos existen dos casos:

- El primer caso es cuando la potencia es la misma se suma o resta el coeficiente y la potencia se usa como factor común.
- El segundo caso cuando las potencias son diferentes debemos cuadrar a la potencia mayor para poder sumar o restar.

Recuerda la notación científica (ilustración 18) nos indica que:

Notación Científica



Caso 1: Cuando sumamos y restamos en notación científica y la potencia es la misma, se efectúa la operación con los coeficientes y la potencia como factor común. Ejemplo:

1) $4.3 * 10^{13} + 2.1 * 10^{13}$

Observamos que tenemos la misma potencia.

$(4.3 + 2.1) * 10^{13}$

Sumamos los coeficientes y la potencia como factor común.

$6.4 * 10^{13}$

Observamos que esta expresado en notación científica.

2) $0.0032 + .0000232$

$3.2 * 10^{-3} + 0.02 * 10^{-3}$

$(3.2 + 0.02) * 10^{-3}$

$3.22 * 10^{-3}$

3) $8 * 10^{-4} - 5.63 * 10^{-4}$

Observamos que tenemos la misma potencia.

$(8 - 5.63) * 10^{-4}$

Restamos los coeficientes y la potencia como factor común.

$2.37 * 10^{-4}$

Observamos que esta expresado en notación científica.

4) $0.001 - 0.03$

$(1 * 10^{-3}) - (30 * 10^{-3})$

$(1 - 30) * 10^{-3}$

$-29 * 10^{-3}$

Lo primero a trabajar es escribir el decimal como notación científica con termino semejantes Al mover el punto a la derecha el exponente es negativo. Recuerda debes tener la misma potencia Sumamos los coeficientes y la potencia como factor común. Observamos que esta expresado en notación científica.

Lo primero a trabajar es escribir el decimal como notación científica con termino semejantes Al mover el punto a la derecha el exponente es negativo. Recuerda debes tener la misma potencia Restamos los coeficientes seguimos la regla de los enteros y la potencia como factor común. Observamos que **NO** esta expresado en notación científica. El coeficiente es mayor que 10.

$$2.9 * 10^{-3+1}$$

$$2.9 * 10^{-2}$$

Se corre el punto hacia la izquierda y se suma ese movimiento a la potencia, pero debe seguir la regla de enteros. Ahora esta expresado en notación científica.

Caso 2: Cuando sumamos y restamos en notación científica y la potencia es diferente, debemos igualar las potencias para eso seguimos los siguientes pasos:

- ✚ Utilizamos la potencia mayor (exponente más grande).
- ✚ Se igualan las potencias en función de la potencia mayor.
- ✚ Se efectúa la operación de suma o resta.

<p>1) $4.3 * 10^5 + 2.1 * 10^6$</p>	<p>Observamos que NO tenemos la misma potencia.</p>	<p>2) $3.2 * 10^{-3} + 0.02 * 10^{-5}$</p>	<p>Observamos que NO tenemos la misma potencia.</p>
<p>$4.3 * 10^{5+1} + 2.1 * 10^6$ <small>sumo 1 al exponente</small> $___ * 10^6 + 2.1 * 10^6$</p>	<p>Cuadramos a la potencia mayor</p>	<p>$3.2 * 10^{-3-2} + 0.02 * 10^{-5}$ <small>resto 2 al exponente</small> $___ * 10^{-5} + 0.02 * 10^{-5}$</p>	<p>Cuadramos a la potencia mayor</p>
<p>$___ * 10^6 + 2.1 * 10^6$ <small>si sumo 1 al exponente muevo una vez a la izquierda el decimal del coeficiente</small> $.43 * 10^6 + 2.1 * 10^6$</p>	<p>Como se sumó 1 muevo 1 a la izquierda</p>	<p>$___ * 10^{-5} + 0.02 * 10^{-5}$ <small>si resto 2 al exponente muevo dos veces a la derecha el decimal del coeficiente</small> $320 * 10^{-5} + 0.02 * 10^{-5}$</p>	<p>Como se restó 2 muevo 2 a la derecha</p>
<p>$(.43 + 2.1) * 10^6$ $2.53 * 10^6$</p>	<p>Sumamos a los coeficientes y la potencia como factor común. Observamos que esta expresado en notación científica.</p>	<p>$(320 + 0.02) * 10^{-5}$ $320.02 * 10^{-5}$ $320.02 * 10^{-5+2}$</p>	<p>Sumamos a los coeficientes y la potencia como factor común. Observamos que NO esta expresado en notación científica. El coeficiente es mayor que 10. Se corre el punto hacia la izquierda y se suma ese</p>

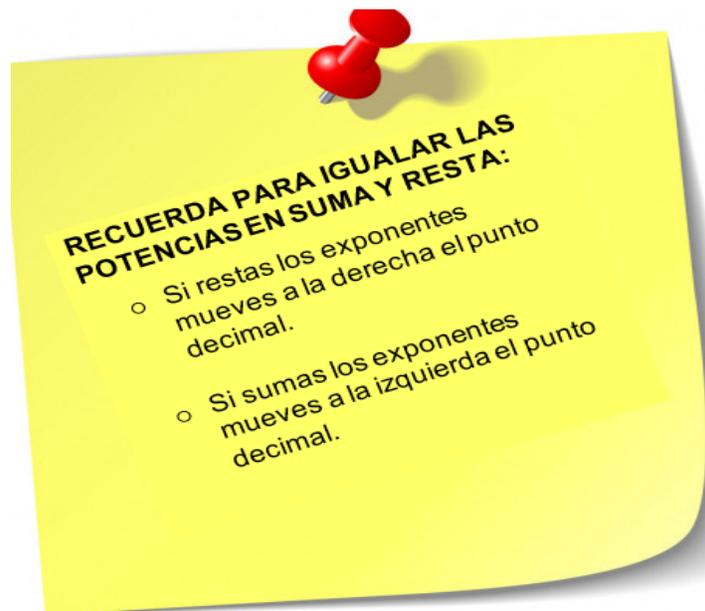
$$3.2002 * 10^{-3}$$

movimiento a la potencia, pero debe seguir la regla de enteros. Ahora esta expresado en notación científica.

Los siguientes videos te ayudaran con esta lección, recomendamos obsérvalos.

Suma y Resta Notación Científica: <https://www.youtube.com/watch?v=3gFSP0FFhhE>
<https://www.youtube.com/watch?v=QA0LiGjzvk4>
<https://www.youtube.com/watch?v=fFaxRXmvFn0&t=15s>

Calculadora: https://www.youtube.com/watch?v=c6iauy_4OZw&t=65s



Ejercicios de Aplicación XVII

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. La computadora nueva de Alan tiene capacidad para almacenar 1.0995×10^{12} bytes.

Alan ya ha utilizado 6.235×10^{10} bytes. ¿Qué cantidad de bytes todavía puede usar Alan en su computadora nueva?

- A. 1.03715×10^{12}
- B. 5.1355×10^{12}
- C. 5.1355×10^2
- D. 1.03715×10^2

2. ¿Cuál número en notación científica tiene el mismo valor que la diferencia de los números en la siguiente expresión?

$$4 \times 10^6 - 3.45 \times 10^6$$

- A. 3.41×10^6
- B. 1.45×10^6
- C. 5.5×10^5
- D. 0.55×10^5

Ejercicio para Calificar: TAREA DESEMPEÑO- 30 pts.

Folleto sobre una profesión

- Vamos a crear un folleto informativo sobre una profesión que les interesa en la cual se utilizan números muy grandes o números muy pequeños (ej. astronomía, microbiología, contabilidad)
- Debe investigar la profesión y encontrar 3 ejemplos de problemas concretos que una persona en esta profesión puede enfrentar mientras trabaja que utilicen números muy grandes o unos muy pequeños (ej. un astrónomo tiene que medir la distancia entre el sol y la tierra). En el folleto debe explicar estos problemas y mostrar cómo se utiliza la notación científica para expresar los números (grandes o pequeños) de esta profesión.

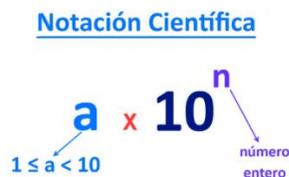
- Debe pensar en un ejemplo en su profesión elegida en la cual será necesario aplicar las operaciones de suma y resta para resolver un problema de notación científica. Debe escribir el problema y mostrar cómo resolverlo mostrando todos sus cálculos.

B. Multiplicación y División en Notación Científica

Vamos a trabajar la multiplicación y división en notación científica, solo debemos recordar las leyes de los exponentes y que un número en notación científica está formado por un número mayor o igual a 1 y menor a 10. El truco para la multiplicación es utilizar la propiedad conmutativa, donde agrupas los términos decimales y las potencias de base 10 al final se suman. En división debemos recordar que se expresa como fracción $\left(\frac{x}{y}\right)$ y se dividen los términos decimales y las potencias de base 10 se restan.

Producto de bases iguales: $a^m \times a^n = a^{m+n}$

División de bases iguales: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$



Multiplicación y División Notación Científica: <https://matemovil.com/multiplicar-y-dividir-en-notacion-cientifica/>

Ejemplos de multiplicación:

1. (610) (2,500,000,000)

(610) (2,500,000,000)

Se debe expresar en notación científica

$(6.1 \times 10^2) \times (2.5 \times 10^9)$

Recuerda al mover el punto a la izquierda la potencia es positiva

$(6.1 \times 2.5) \times (10^2 \times 10^9)$

Se aplica propiedad conmutativa (no importa el orden) y se multiplica recuerda la ley de exponentes indica que cuando una misma base se multiplica el exponente se suma.

$(15.25) \times (10^{2+9})$

Se multiplica los decimales y se suma exponente.

15.25×10^{11}

Observa que el número NO está expresado en notación

$$1.525 \times 10^{1+11}$$

científica.

Recuerda esta vez se mueve el punto a la izquierda (una vez) para expresar en notación científica y la potencia es positiva se suma uno

$$1.525 \times 10^{12}$$

El número esta expresado en notación científica

$$1,525,000,000,000$$

Así se ve como Número grande

2. (0.000009) (3700)

$$(0.000009) (3700)$$

Se debe expresar en notación científica

$$(9 \times 10^{-6}) (3.7 \times 10^3)$$

Recuerda en el primer término el punto se movió a la derecha por lo tanto la potencia es negativa y en el segundo término el punto se movió a la izquierda la potencia es positiva.

$$(9 \times 3.7) \times (10^{-6} \times 10^3)$$

Se aplica propiedad conmutativa (no importa el orden) y se multiplica recuerda la ley de exponentes indica que cuando una misma base se multiplica el exponente se suma.

$$(33.3) \times (10^{-6+3})$$

Se multiplica los decimales y se suma exponente recuerda las regla de enteros.

$$33.3 \times 10^{-3}$$

Observa que el número NO está expresado en notación científica.

$$3.33 \times 10^{-3+1}$$

Recuerda esta vez se mueve el punto a la izquierda (una vez) para expresar en notación científica y se suma uno a la potencia se sigue la regla de enteros.

$$3.33 \times 10^{-2}$$

El número esta expresado en notación científica

$$0.0333$$

Así se ve como Número pequeño

Ejemplo de división:

$$3. (8.1 \times 10^2) \div (2.7 \times 10^{-3})$$

$$\frac{8.1 \times 10^2}{2.7 \times 10^{-3}}$$

Se debe expresar en fracción la notación científica.

$$\left(\frac{8.1}{2.7}\right) (10^{2-(-3)})$$

Se divide el número decimal y la potencia al ser división se resta, pero debe seguir la regla de los enteros.

$$3 \times 10^{2+3=5}$$

3×10^5 El número esta expresado en notación científica
300,000 Así se ve como Número grande

4. $(2.0286 \times 10^8) \div (3.15 \times 10^3)$

$\frac{2.0286 \times 10^8}{3.15 \times 10^3}$ Se debe expresar en fracción la notación científica.

$\left(\frac{2.0286}{3.15}\right) (10^{8-3})$ Se divide el número decimal y la potencia al ser división se resta, pero debe

0.644×10^5 seguir la regla de los enteros.

0.644×10^5 Observa que el número NO está expresado en notación científica.

$6.44 \times 10^{5-1}$ Recuerda esta vez se mueve el punto a la derecha (una vez)
para expresar en notación científica y se le resta uno a la potencia

6.44×10^4 El número esta expresado en notación científica

64,400 Así se ve como Número grande

Ejercicios de Aplicación XVIII

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

Utiliza calculadora de ser necesario

1. Andrea aprendió en su clase de Química que 1 gramo de hidrogeno tiene 6.022×10^{23} átomos. ¿Cuál es el número de átomos, en notación científica que tiene 2 gramos de hidrogeno?
 - A. 12.044×10^{23}
 - B. 1.2044×10^{24}
 - C. 6.022×10^{23}
 - D. 60.22×10^{24}

2. ¿Cuál numero expresado en notación científica tiene el mismo valor que el cociente $3.0 \times 10^5 \div 4.0 \times 10^4$?
 - A. 7.5×10^1
 - B. 0.75×10^9
 - C. 0.75×10^0
 - D. 7.5

Ejercicio para Calificar: EXAMEN IV

EXAMEN DE UNIDAD I

OCTAVO GRADO

(Lección 1.6 A-B)

Valor sugerido: 50 pts.

Nombre de la escuela	Nombre del Maestro	Nombre del Estudiante	#SIE

TEMA: OPERACIONES EN NOTACIÓN CIENTÍFICA

Instrucciones para contestar las preguntas de respuesta extendida

- Lee cuidadosamente antes de contestar.
- Debes tener todos los cálculos de cada ejercicio.
- Asegúrate de contestar todas las preguntas.
- Escribe solamente dentro del recuadro.

- 1) La masa de un electrón es $9 \times 10^{-31} \text{ kg}$. Las masas tanto de un protón como de un neutrón son, aproximadamente, 1.67×10^{-27} . Determina la masa de un átomo de azufre sabiendo que tiene 16 electrones, 16 protones y 16 neutrones.

Expresa tu respuesta en notación científica.

- 2) La luz viaja 300,000,000 metros por segundo. Un año luz es la distancia que la luz viaja en un año. Usa notación científica para expresar el número de metros que la luz

viaja en un año luz. Recuerda segundos en un año es el producto de la cantidad de días en un año, cantidad de horas de un día, cantidad de minutos en una hora y cantidad de segundo en un minuto.

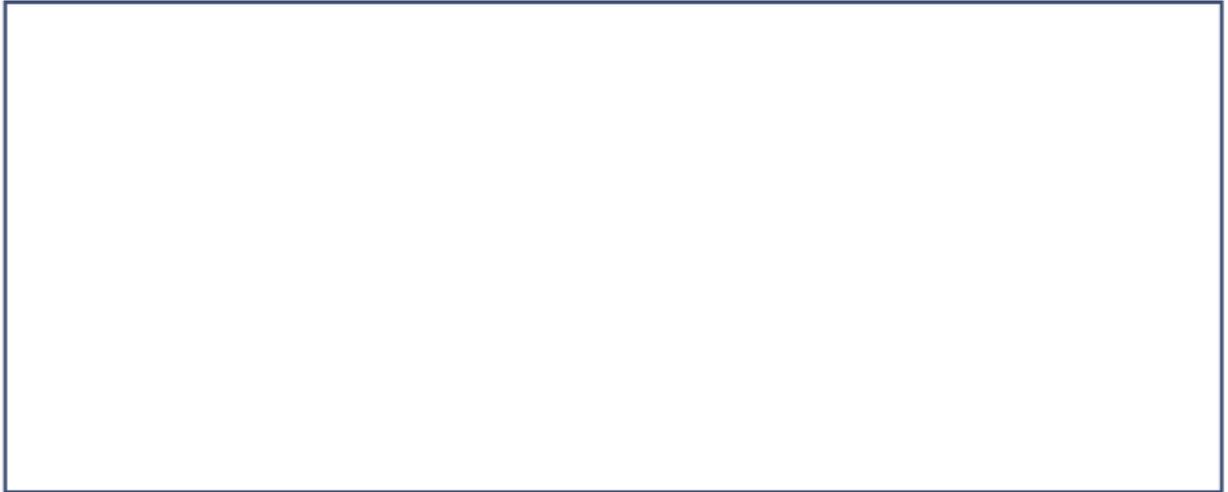
Expresa tu respuesta en notación científica.

- 3) Sabemos que la masa del electrón es $9 \times 10^{-31} \text{kg}$. Si un tubo de aceleración alcanza una velocidad de es $2.10 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$. ¿Qué energía cinética tendrá el electrón dentro de dicho tubo? Nota: La fórmula de la energía cinética es: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.

Expresa tu respuesta en notación científica.

- 4) Resuelve la diferencia de los siguientes números expresados en notación científica 8.63×10^7 y 5.31×10^5 .

Expresa tu respuesta en notación científica



- 5) La distancia de la tierra a Plutón es aproximadamente 5,751,800,000 km. ¿Cuánto tarda en llegar una nave que viaja a $30,000 \frac{km}{h}$? Recuerda: $t = \frac{d}{v}$

Expresa tu respuesta en notación científica.



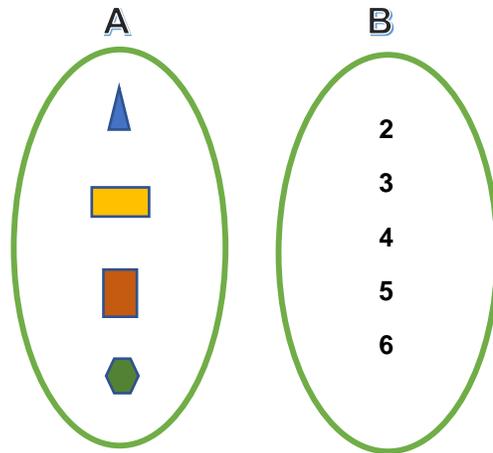
Unidad 2:	FUNCIONES Tiempo aproximado dos semanas de las nueve (2:9) semanas <small>(se divide las primeras dos semanas en el Módulo I y las otras seis semanas Módulo II)</small>
Lección 2.0 Lección 2.1 Lección 2.2 Lección 2.3 Lección 2.4	Relaciones y Funciones Variable Independiente y Dependiente Dominio y Rango Identificando Funciones Funciones lineales
Objetivos de aprendizaje:	El estudiante adquiere destrezas para: <ul style="list-style-type: none">  Describir funciones usando la notación y terminología apropiada.  Identificar funciones basándose en el comportamiento de su gráfica y su razón de cambio.
Expectativas e Indicadores:	<p>8.A.2.1 Reconoce que una función de un conjunto (llamado dominio) a otro conjunto (llamado rango) le asigna a cada elemento del dominio exactamente un elemento del rango. Si f es una función y x un elemento de su dominio, entonces $f(x)$ denota la salida de f que le corresponde a la entrada x. La gráfica de f es la gráfica de la ecuación $y = f(x)$. Determina si una relación es una función a partir de su gráfica y su descripción verbal.</p> <p>8.A.2.2 Compara las propiedades de dos funciones y representa cada una de manera diferente (algebraicamente, gráficamente, en tablas numéricas o por descripción verbal; ejemplo: Dada una función lineal representada por una tabla de valores y una función lineal representada por una expresión algebraica, determina qué función tiene la mayor razón de cambio).</p> <p>8.A.2.3 Determina si una relación es lineal o no lineal basándose en si tiene o no razón de cambio constante, su descripción verbal, su tabla de valores, su representación gráfica o su forma simbólica. Interpreta que la ecuación $y = mx + b$ define una función lineal cuya gráfica es una recta; produce ejemplos de funciones que no son lineales (ejemplo: La función $A = s^2$, que determina el área de un cuadrado como función de sus lados, no es una función lineal porque la gráfica tiene los puntos (1, 1), (2, 4) y (3,9) que no están en línea recta).</p> <p>8.A.2.4 Relaciona el dominio de una función con su gráfica y, cuando corresponda, con la relación cuantitativa que describe (ejemplo: Si la función $h(n)$ indica el número de personas por hora que se necesitan para ensamblar n motores en una fábrica, entonces los enteros positivos serían un dominio apropiado para la función).</p>
Vocabulario	<ol style="list-style-type: none"> 1. Conjunto: Es una colección de elementos con características similares considerada en sí misma como un objeto. Los elementos de un conjunto, pueden ser las siguientes: personas, números, colores, letras, figuras, etc. ... 2. Relación: Es un vínculo o una correspondencia. En el caso de la relación matemática, se trata de la correspondencia que existe entre dos conjuntos: a cada elemento del primer conjunto le corresponde al menos un elemento del segundo conjunto. 3. Función: Relación entre dos conjuntos A y B de manera que cada valor del primer conjunto le corresponde un único valor del segundo conjunto. 4. Pares ordenados: Es conjunto de dos elementos, son dos cosas completamente diferentes. También se define como un

	<p>conjunto de los pares ordenados donde las variables independientes, o la entrada, generan exactamente un valor de la salida (variable dependiente).</p> <p>5. Variable independiente: Es aquella cuyo valor no depende del de otra variable. La variable independiente en una función se suele representar por x. La variable independiente se representa en el eje de abscisas (eje x).</p> <p>6. Variable dependiente: Es aquella cuyos valores dependen de los que tomen otra variable. La variable dependiente en una función se suele representar por y. La variable dependiente se representa en el eje ordenadas (eje y). La variable y está en función de la variable x, que es la variable independiente $f(x)$.</p> <p>7. Dominio: Es el conjunto de todos los valores de la variable independiente (x). Para los que la función $f(x)$ está definida.</p> <p>8. Rango: Es el conjunto de todos los valores de la variable dependiente (y).</p> <p>9. Ecuación: Igualdad entre dos expresiones que contiene una o más variables.</p> <p>10. Razón de cambio: Se refiere a la medida en la cual una variable se modifica con relación a otra.</p> <p>11. Pendiente: Medida de la inclinación de una línea recta.</p>
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

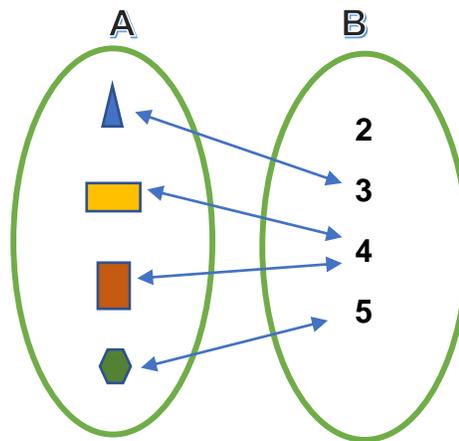
UNIDAD II FUNCIONES

Lección 2.0: Relaciones y funciones

Es normal que se describa *una cantidad en términos de otra*: por ejemplo, el plan familiar que tienes en el celular con el internet que utilizas, el recibo de luz eléctrica de tu hogar con el consumo, el precio de un producto y su demanda, la cantidad de tiempo que estudias y las notas que sacas, así podemos seguir mencionando *una cantidad en términos de otra* es una **relación**. Es la formulación de una expresión que une dos o más elementos entre sí, por lo general están representadas por pares ordenados **(x , y)** que satisfacen esta relación. En matemática hay una relación muy especial que llamamos **función** donde existe una relación *única entre dos conjuntos*. Por ejemplo, podemos tener el conjunto A de las figuras geométricas: triángulo, rectángulo, cuadrado, y hexágono y el conjunto B que son la cantidad de lados, observemos:

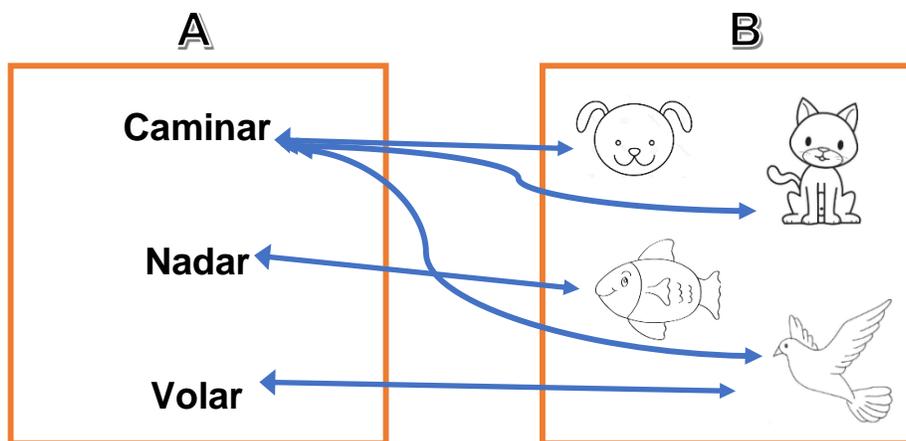


Si queremos tener una **relación** especial llamada **función** debemos unir los elementos del conjunto *A* con **un único** elemento del conjunto *B*.



Vemos que el triángulo solo tiene tres lados, el cuadrado y rectángulo solo 4 lados y el hexágono solo 6 lados, por lo tanto, existe **una sola respuesta** en el conjunto *B* para los elementos del conjunto *A*. **Es una función** ya que cumple con la definición.

Veamos otro ejemplo: tenemos el conjunto *A*, llamado acciones: caminar, nadar, volar y el conjunto *B*, llamado animal perro, paloma, pez, gato si formulamos una relación entre estos conjuntos *¿será una función o una relación?*



Observamos que el elemento caminar del conjunto A lo podemos relacionar con tres elementos del conjunto B (perro, gato, paloma) por lo tanto, **no es función** es una relación. Para que sea función cada elemento del primer conjunto tiene exactamente un elemento **único** del segundo conjunto. Con esto podemos concluir que todas las funciones son relaciones, pero no todas las relaciones son funciones.

Video opcionales:

Introducción Funciones: <https://www.youtube.com/watch?v=onh9C8dv9x4>

Que es una función: <https://www.youtube.com/watch?v=L17xfe3HoZE>

Ejercicios de Aplicación XIX

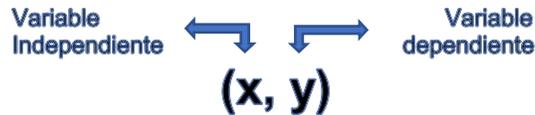
Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. Explica y ofrece ejemplo de:
 - a. Todas las funciones son relaciones.
 - b. Define relación en tus propias palabras.
 - c. Define función en tus propias palabras.

Lección 2.1 Variable independiente y dependiente

Como se indicó en la lección anterior, la formulación de una expresión que une dos o más objetos entre sí, establece una relación que llamamos función. Por lo general en matemáticas están representadas por pares ordenados (x, y) . Donde la variable independiente representa la abscisa o *eje de x* y la variable dependiente representa la ordenada o *eje de y*.



Observemos los siguientes ejemplos con par ordenado donde:

- $F = \{(1,2), (-2,5), (3,-1)\}$ ***F es una función***, debido a que para cada valor

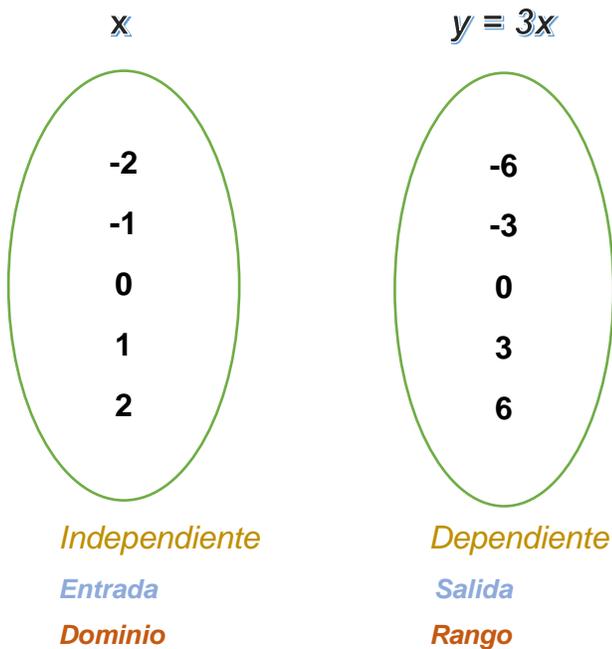
de x hay exactamente un valor de y. Observa hay diferentes valores en x.

- $G = \{(-4,1), (-2,1), (-2,0)\}$ ***G es una relación, pero no es función si***

observas existe un mismo valor en x, para dos diferentes valores en y.

Una forma para describir una función es enunciar una regla que diga como determinar la variable dependiente para un valor específico de la independiente. Esta relación de las variables donde se modifica una variable con relación a otra se conoce como la razón de cambio. Digamos que la variable dependiente *es el triple* de la variable independiente.

En forma de ecuación esto se escribe así: $y = 3x$. Recuerda que las ecuaciones son la igualdad entre dos expresiones que contiene una o más variables, no podemos olvidar que cuando evaluamos una expresión sustituimos la variable por el número. Ejemplo: $x + 2$ cuando $x = -4$, sabemos que cambiamos la x por -4 y nos queda $-4 + 2$ una expresión numérica que trabajamos según la regla de enteros para obtener como resultado -2 . Regresando a nuestra función $y = 3x$ veamos:



Se evalúa

$y = 3x$, cuando $x = -2$

$y = 3(-2)$

$y = -6$

$y = 3x$, cuando $x = -1$

$y = 3(-1)$

$y = -3$

$y = 3x$, cuando $x = 0$

$y = 3(0)$

$y = 0$

$y = 3x$, cuando $x = 1$

$y = 3(1)$

$y = 3$

$y = 3x$, cuando $x = -1$

$y = 3(2)$

$y = 6$

Vemos que **es una función** porque para cada elemento de x hay un único elemento en y .

Video variable independiente y dependiente: <https://www.youtube.com/watch?v=d2XtwzaPvUg>

Ejercicios de Aplicación XX

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.
Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. Observa la siguiente tabla de valores:

Entrada	-5	-3	0	2	4
Salida	-1	1	4	6	8

- a. Determina los pares ordenados de la tabla de valores
- b. ¿Cuál es el conjunto de la variable dependiente?
- c. ¿Cuál es el conjunto de la variable independiente?
- d. La tabla de valores es una función o una relación, explica.

Ejercicio para Calificar: TAREA DESEMPEÑO- 20 pts.

Independiente/Dependiente

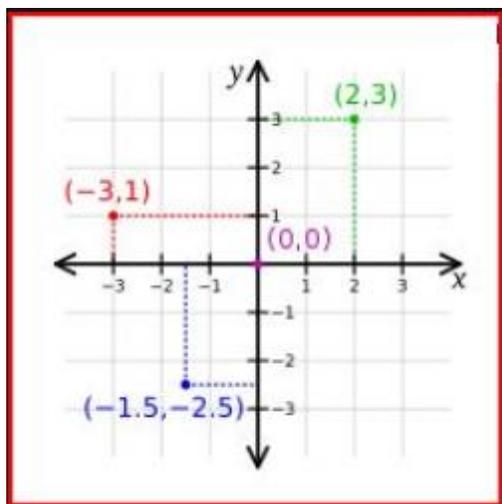
- ❖ Utiliza causa y efecto para las variables, las **variables independientes** son la causa y las **variables dependientes** el efecto.
- ❖ Prepara un mini-póster (8.5 x 11) a través de imágenes que puedas dibujar o presentar con láminas ilustra la relación de las variables dependientes e independientes.
- ❖ El objetivo de la tarea es tener una imagen de una cosa que afecte otra directamente, identificarlas apropiadamente y escribir un enunciado simple que explique la relación.
- ❖ Considere que la persona que va a observar el mini-póster debe comprender la relación que existe de causa y efecto en los dibujos o láminas presentadas.

Lección 2.2: Dominio y rango (campo de valores)

En una relación, el conjunto de todos los valores de la variable independiente (x) es el **dominio**; el conjunto de todos los valores de la variable dependiente (y) es el **rango**.

Ejemplo:

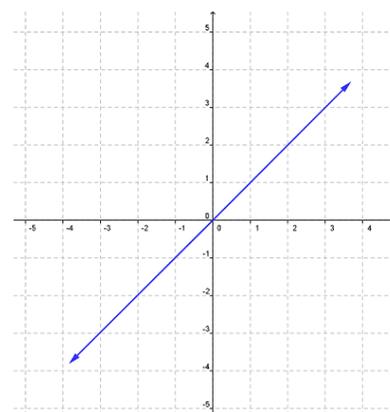
1. Supongamos que tenemos nuestra *calculadora que encuentra raíces cuadradas*. La variable dependiente (entrada) es un número real no negativo ya que recordamos que las raíces cuadradas no pueden ser negativas porque no es un número real. La variable dependiente es una raíz cuadrada no negativa como 4 y 64 que pertenecen a esta función. **Aquí, el dominio y el rango se restringe a números no negativos: $[0, \infty)$** . Para restringir e incluir un dominio y rango utilizamos el símbolo $[]$ y para establecer que continua y no está incluido utilizamos el símbolo de $()$.
2. Veamos $F = \{(1,2), (-2,5), (3,-1)\}$ cuál es su **dominio es $\{1,-2,3\}$** y su **rango es $\{2,5,-1\}$** como sabemos es una función.
3. Una gráfica nos puede ilustrar la relación, que puede utilizar para determinar su dominio y rango.



El **dominio** es el conjunto de valores de x , $\{-3, -1.5, 0, 2\}$

El **rango** es el conjunto de valores de y , $\{-2.5, 0, 1, 3\}$

4. Otra gráfica para determinar el dominio y el rango es:
 observa que las flechas se extienden infinitamente
 hacia izquierda y derecha, así como arriba y abajo
 por lo tanto, **el dominio y rango** es el conjunto
 de todos los números reales lo que se escribe
 como $(-\infty, \infty)$



Videos opcionales para tu aprendizaje:

Dominio y rango de una función <https://www.youtube.com/watch?v=H40lcwlgPMk>

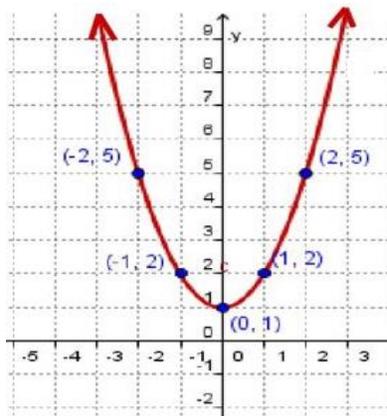
Representación de funciones: <https://www.youtube.com/watch?v=A7OrJ8llleE>

Ejercicios de Aplicación XXI

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. Observa la siguiente grafica cuadrática, aunque no hemos estudiado esta grafica podemos determinar el dominio y rango con solo verla.



Ejercicio para Calificar: TAREA DESEMPEÑO- 20 pts.

Un recorrido en bicicleta

- Lee cuidadosamente el siguiente problema: Pedro sale en su bicicleta a las 7.45 am para ir a la escuela, que está a 2 km de su casa, y viaja a una velocidad constante de 100 metros por minuto (100 m/min). Queremos saber si llegará antes de las 8:00 am, que es la hora de inicio de las clases. La Física nos da una fórmula que expresa la distancia a la escuela en función del tiempo transcurrido, cuando la velocidad es constante: $d = 2000 - 100 t$, donde d es la distancia a la escuela en metros y t es el tiempo transcurrido, en minutos.

Contesta y presenta evidencia de cálculos de manera precisa.

1. Señale el dominio de la función.
2. Señale el rango de la función.
3. Investigue si Pedro llegó a tiempo.

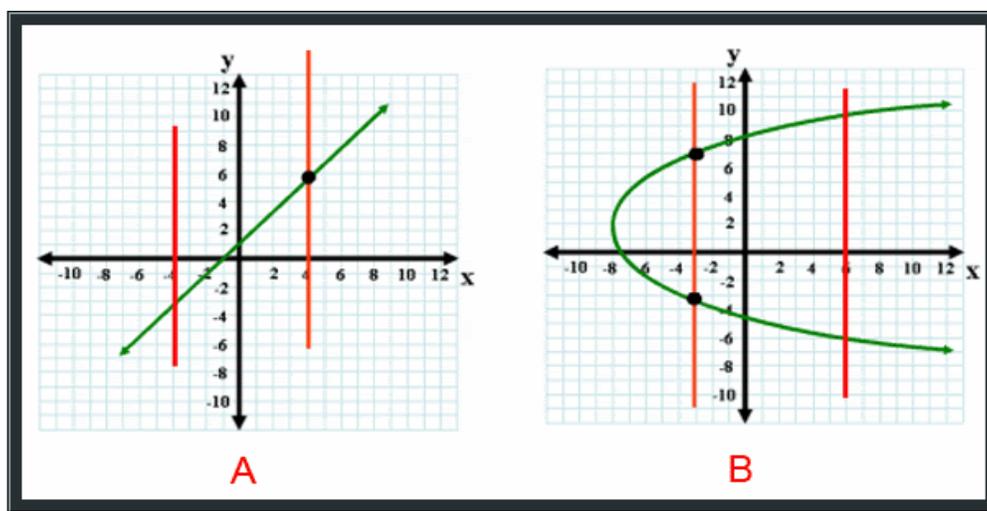
Explica tu razonamiento en como decidiste si Pedro llegó a tiempo a la escuela o no.

Lección 2.3: Identificando funciones

Hemos observado que la gran mayoría de las relaciones son funciones, es decir que la relación entre dos conjuntos A y B de manera que cada valor del primer conjunto le corresponde un único valor del segundo conjunto. En una función cada valor de x produce a un solo valor de y , por lo que cualquier línea vertical que se dibuje a través de la gráfica de una función debe intersecarla como máximo en un punto. Esta es la **prueba de la línea vertical** para una función, método sencillo. *Si una línea vertical interseca la gráfica de una relación en más de un punto, entonces la relación no es una función.* (Texto

Matemática: Razonamiento y aplicación, 10ma edición, página 427)

Ilustración #21



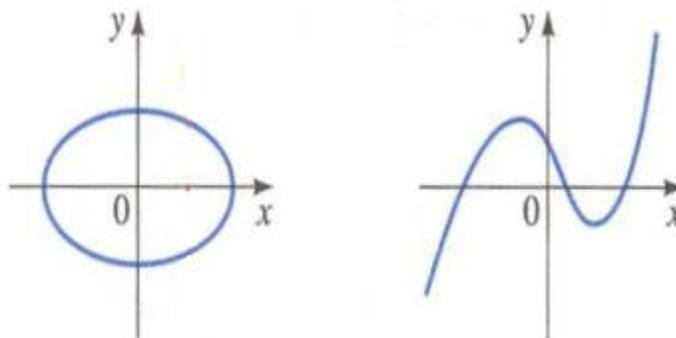
- A. La línea recta color verde es la gráfica, las líneas color rojas son la prueba vertical por lo tanto solo tocan la gráfica en un solo punto en el eje y **es una función**.
- B. La línea curva color verde es la gráfica, las líneas color rojas son la prueba vertical tocan la gráfica en dos puntos en el eje y, **no función**.

Ejercicios de Aplicación XXII

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

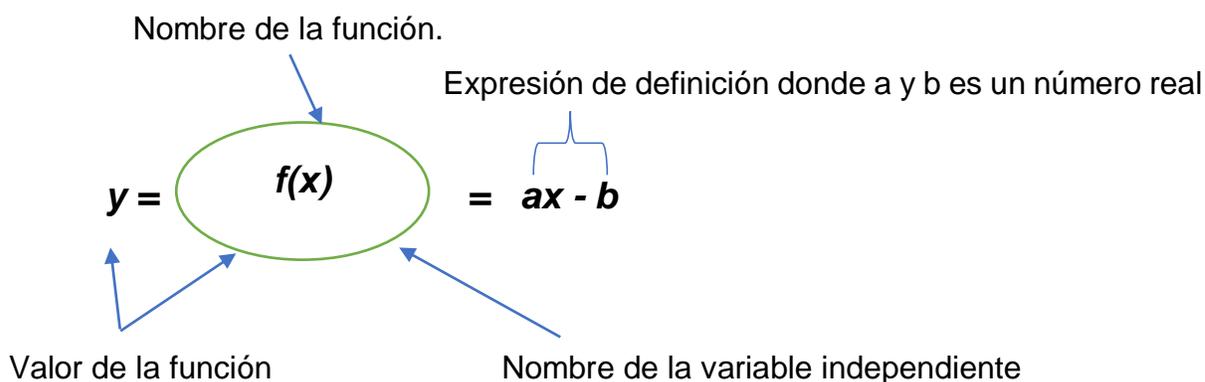
Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. Utiliza la línea vertical para determinar si es función.



Lección 2.4: Funciones lineales

En álgebra podemos leer las funciones utilizando la notación de función, esta expresa esto $f(x)$ (en notación el paréntesis no indica multiplicación) se lee “ f de x ”. Se dice que, y es una función de x , para hacer énfasis en que y depende de x y se utiliza la notación: $y = f(x)$. Observe que “ f de x ” es otro nombre para la variable dependiente.



Las **funciones lineales** se representan con una línea recta en el plano cartesiano. Es importante tener en cuenta que lo que hacen las **funciones**, en definitiva, es expresar una relación entre variables. Una función que puede escribirse como $f(x) = mx + b$ donde m y b son números reales.

Ejemplo detallado: $f(x) = 9x - 5$; donde: $f(x) = 2$

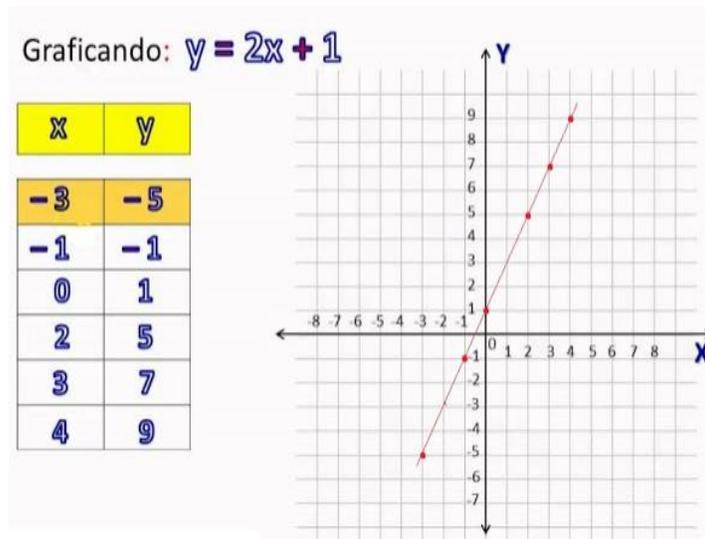
- $f(x) = 9x - 5$ observa que esta función se parece a $f(x) = mx + b$

- $f(2) = 9(2) - 5$ *sustituir x con 2*
- $f(2) = 18 - 5$
- $f(2) = 13$

Para una función que depende de una variable, la **razón de cambio** ($m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$) (pendiente) de esa función se obtiene al dividir la diferencia entre dos valores de la función correspondientes a dos valores de su variable independiente y la diferencia entre esos valores de la variable. La razón de cambio constante para una función lineal es la pendiente. Por otro lado, la función lineal también la estaremos trabajando en la unidad de ecuaciones ya que: *función lineal = pendiente - intercepto de una ecuación*, en matemática las funciones lineales son ecuaciones de primer grado. **Videos para estudio de Función lineal:** <https://www.youtube.com/watch?v=FivdryOMLZ8>

Recuerda para graficar, tu determinas cuáles serán los valores para x , sustituye en la función $f(x) = 2x + 1$ y obtienes los valores de y (ver ejemplo detallado). Observa el número que acompaña a la x en la función es 2 esta es su pendiente, y el punto de corte es 1.

Ilustración #22

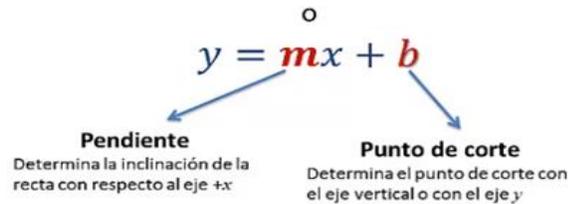


Video Graficar función lineal: <https://www.youtube.com/watch?v=PD45s3U9WA0>

Ilustración #23

La función lineal

Tiene la forma $\Rightarrow f(x) = mx + b$

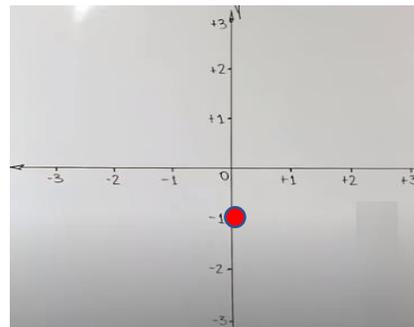
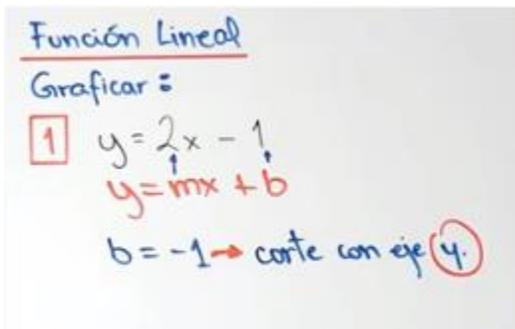


Su gráfica es una línea recta

Otra forma para graficar es moviéndonos dentro de un plano de coordenadas. Para esto debemos saber el punto de corte de una función, observa la ilustración #23, este número significa que nuestra recta está cortada (tocada) en ese punto.

Ejemplo:

- Dibuja un plano de coordenadas con su eje de x y y
- Observa la función $f(x) = 2x - 1$
- El punto de corte es -1 , significa que la recta toca al eje de y en -1 .

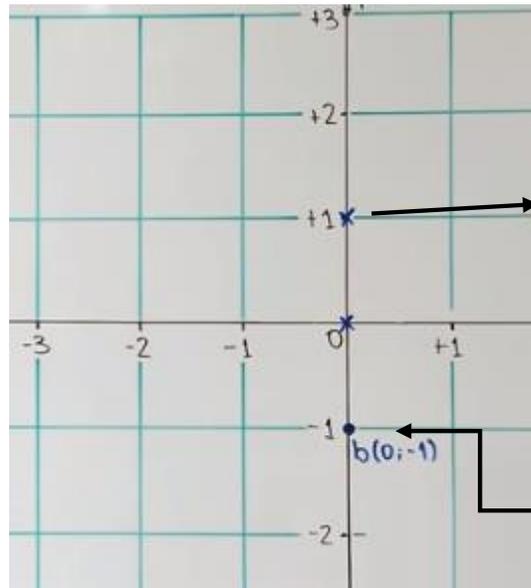


- Recuerda que el valor de la pendiente es 2, porque es el número que está con la x . Observa la ilustración #23.

$$m = 2, \text{ escrita en fracción sería } \frac{+2}{+1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

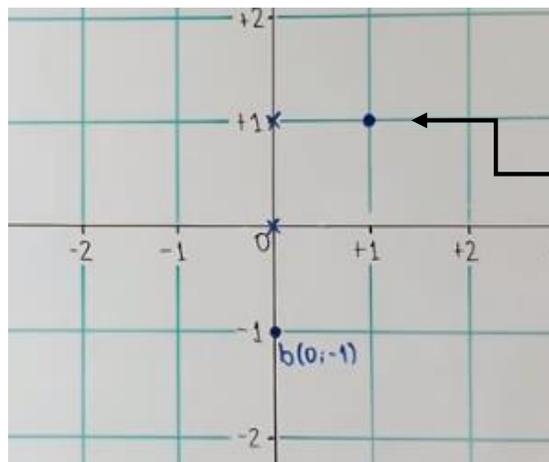
- Observa que signo tiene la pendiente, ya que este signo nos indica el movimiento en la gráfica.
 - Hacia arriba (+) positivo en y
 - Hacia abajo (-) negativo en y

- Hacia derecha (+) positivo en x
- Hacia izquierda (-) negativo en x



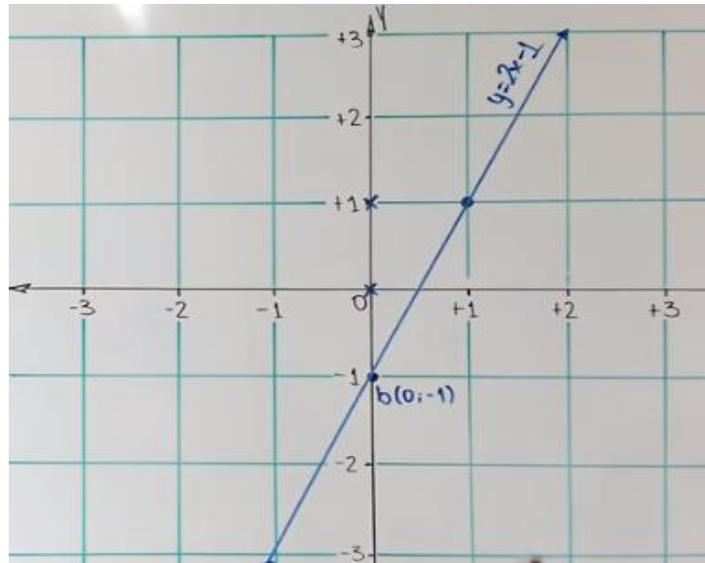
Como la pendiente es $\frac{\Delta y = +2}{\Delta x = +1}$, significa que voy a subir 2 unidades positivas en eje y

Punto de corte en y en -1, su para ordenado es (0,-1)



Ahora utilizando la pendiente $\frac{\Delta y = +2}{\Delta x = +1}$, me muevo en el eje de x una unidad positiva hacia la derecha.

- Una vez tenemos dos puntos, como en este caso que tenemos el punto de corte (0, -1) y luego de subir dos unidades y movernos a la derecha una unidad tenemos el punto (1,1), trazamos la gráfica de **$y = 2x - 1$** .



- Determinamos el dominio y rango que para esta grafica es:
 - Dominio pertenece a todos los números reales, $\text{Dominio} = x \in \mathbb{R}$
 - Rango pertenece a todos los números reales, $\text{Rango} = y \in \mathbb{R}$

La pendiente en una recta nos indica la medida de inclinación que tiene esa línea recta en una gráfica. Para poder determinar esa inclinación podemos utilizamos la fórmula antes vista:

$$\left(m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right)$$

Ejemplo: Para determinar pendiente con la fórmula.

- Paso 1: Escoge dos pares ordenados (puede ser cualquier par ordenado)
 - Seleccionemos: (0,1) y (4,9), de la ilustración 22
$$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$$

- Paso 2: Sustituye en la fórmula
 - $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 - $$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 1}{4 - 0} = \frac{8}{4} = 2$$

- Paso 3: La pendiente de la resta es 2, ya lo sabíamos por la función de la gráfica ilustración 22

Pendiente y Razón de cambio: <https://www.youtube.com/watch?v=VA31OVw-6BQ>

Ejercicios de Aplicación XXIII

Contesta cada ejercicio de manera correcta según lo estudiado en clase.

Debes practicar para verificar lo aprendido hasta este momento.

1. Utiliza la función: $f(x) = x + 3$ para:
 - a. Hacer tabla de valores
 - b. Graficar la tabla de valores
 - c. Determinar el dominio y rango
 - d. Indicar la pendiente y el punto de corte

Ejercicio para Calificar: TAREA DESEMPEÑO- 20 pts.

Representaciones

- La función: $f(x) = 10x + 15$.
 - a) Dibuja un plano de coordenadas con la abscisa y ordenada hasta 30.
 - b) Marca el punto de corte de la función $f(x) = 10x + 15$. dentro del plano coordenadas.
 - c) Determina el par ordenado del punto de corte.
 - d) Utilizando la pendiente, halla un segundo punto en la gráfica.
 - e) Determina el par ordenado del segundo punto.
 - f) Dibuja la gráfica $f(x) = 10x + 15$.
 - g) Utiliza la siguiente fórmula y los dos pares ordenados para determinar si la pendiente utilizada en la gráfica es correcta. Explica tu respuesta.

$$\left(m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right)$$

Claves de respuestas:

Ejercicios de Aplicación I:

Respuestas de la Aplicación I

- a. El opuesto de un número es su inverso aditivo.
- b. Los números enteros se definen como números positivos, negativos y el cero.
- c. El opuesto del cero es cero, ya que es un número neutro no tiene signo positivo ni negativo.
- d. La ubicación debe ser: -50,-45,-40,-35,-30,-25,-20,0,20,25,30,35,40,45,50
- e. A. -8, B. 122, C. -10, D. 45, E. 0
- f. El valor absoluto de $|-27|= 27$; $|14|= 14$; $-|0| = 0$; $-|-99|= -99$
- g. El inverso aditivo de un número es su opuesto.
- h. A. $-6 + 6 = 0$; B. $0 + 0 = 0$; C. $123 + (-123) = 0$

Ejercicios de Aplicación II

Utilizamos el valor absoluto para resolver

- a. $|(-18)| + |(-28)| + |(-14)| = 18 + 28 + 14 = 60$ pero la contestación debe tener el signo común ya que todos los números son negativos, por lo tanto,
$$(-18) + (-28) + (-14) = -60$$
- b. $1,236 + 4,124 + 15,230 = 20,590$ la contestación es positiva porque todos los números son positivos.

Ejercicios de Aplicación III

- a) Iniciamos en -85 y nos movemos 98 unidades a la derecha por lo tanto el resultado es positivo 13: **$-85 + 98 = 13$**
- b) Iniciamos en positivo 352 y nos movemos 395 unidades a la izquierda por lo tanto el resultado es negativo 43: **$352 + (-395) = -43$**

Ejercicios de Aplicación IV

Respuestas de la Aplicación IV

1. Propiedad:

- a. identidad de la suma.
- b. asociativa de la suma.
- c. inverso aditivo.
- d. conmutativa de la suma.

2. a. 30

b. -62

c. 0

d. $[(25 + 15) + (-9)]$

$[25 + (15 + (-9))]$

Ejercicios de Aplicación V

1. a. $(-5) - (12)$

$$(-5) + (-12) = -17$$

b. $(-23) - (21) - (-17)$

$$(-23) + (-21) + 17$$

$$-44 + 17 = -27$$

c. $(-5) - |-11 - 3| - 2 - (-5)$

$$(-5) + -|-11 + (-3)| + (-2) + 5$$

$$(-5) + (-|-14|) + (-2) + 5$$

Nota: No olvides trabajar con valor absoluto

$$(-5) + (-14) + (-2) + 5$$

$$(-21) + 5 = -16$$

Ejercicios de Aplicación VI

1. a. $(-5) (-12) = |-5| * |-12| = 5 * 12 = 60$

b. $(-23) (21) (-17) = (-483) (-17) = 8,21$

c. $(-5) (-11) (-3) (-2) (-5) = (55) (6) (-5) = 330 * (-5) = -1,650$

Ejercicios de Aplicación VII

1. Propiedad para la multiplicación de:

- a. identidad. b. distributiva. c. asociativa. d. conmutativa.

Ejercicios de Aplicación VIII

1. a. 5 b. -5 c. 0 d. no está definido

Ejercicios de Aplicación IX

1. a. La base es 3, el exponente es 3 y la potencia -27

$$-3^3 = -[3*3*3] = -27$$

b. La base es -5, el exponente es 2 y potencia 25

$$(-5)^2 = [-5 * -5] = 25$$

c. Las bases son 4 y 5, los exponentes son -3 y -2 y la potencia $\frac{1}{1,600}$

$$4^{-3} + 5^{-2} = \frac{1}{4^3} * \frac{1}{5^2} = \frac{1}{64} * \frac{1}{25} = \frac{1}{1,600}$$

Ejercicios de Aplicación X

1. a. $-24 + (-65) \div 5$

$$-24 + -13$$

$$-37$$

b. $5(2)^3 + 25 \div (-5)^2(-7 + 3)$

$$5(8) + 25 \div 25(-4)$$

$$40 + 1(-4)$$

$$40 + -4$$

$$36$$

Ejercicios de Aplicación XI

- 1) a. Es racional porque es un decimal finito, además que los números negativos pertenecen a los racionales.
- 2) Es irracional porque la raíz cuadrada es infinita no periódica.

Ejercicios de Aplicación XII

20) a. 17 b. 9 c. no existe solución real

21) a. 4.3 b. 20.59

Ejercicios de Aplicación XIII

1) a. 6 b. -9 c. -2

Ejercicios de Aplicación XIV

1) El conjunto de símbolos y números relacionados con operaciones matemáticas de modo ordenado para llegar a una

solución.

2) Sustituyendo la variable por el número dado. Ejemplo: f ; cuando $f = -2$ $f = -2$

3) $2x + 3y = 8$

4) $[(\sqrt{a}) + \sqrt[3]{b}] = [(\sqrt{49}) + \sqrt[3]{8}] = [7 + 2] = 9$

Vamos aplicar las propiedades de los números reales en las expresiones algebraicas:

Respuesta: D y B

1. Todas las propiedades.

Ejercicios de Aplicación XVI

1. a. $7.65 \cdot 10^8$

b. $5.9 \cdot 10^{-3}$

c. $-2.43 \cdot 10^4$

Ejercicios de Aplicación XVII

1. A

$$1.0995 \times 10^{12} - 6.235 \times 10^{10}$$

Mantenemos la mayor de las potencias

$$6.235 \times 10^{12}$$

Se suman 2 a la potencia

0.06235×10^{12}	Se mueve el decimal 2 lugares a la izquierda
$(1.0995 - 0.06235) \times 10^{12}$	Se efectúa la operación
1.03715×10^{12}	El resultado está expresado en notación científica

30. C

$4 \times 10^6 - 3.45 \times 10^6$	Las potencias son iguales.
$(4 - 3.45) \times 10^6$	Se efectúa la operación
$.55 \times 10^6$	Observa que el número no está expresado en notación científica
$5.5 \times 10^{6-1}$	Para expresar en notación científica se mueve el punto un lugar a la derecha y se resta uno al exponente.
5.5×10^5	El resultado está expresado en notación científica

Ejercicios de Aplicación XVIII

3. B

$6.022 \times 10^{23} \times 2$	Se multiplica la notación científica por dos.
$(6.022)(2) \times 10^{23}$	La potencia se queda igual
$(12.044) \times 10^{23}$	NO está en notación científica
$(1.2044) \times 10^{23+1}$	Se mueve el punto una vez a la izquierda y se suma 1 a la potencia
$(1.2044) \times 10^{24}$	Esta expresado en notación científica

4. D

$$\frac{3.0 \times 10^5}{4.0 \times 10^4}$$

Se expresa como fracción

$$\frac{3.0}{4.0} \times \frac{10^5}{10^4}$$

Se divide los números y se restan las potencias según la leyes de exponentes

$$0.75 \times 10^{5-4=1}$$

$$0.75 \times 10$$

NO está en notación científica

$$7.5 \times 10^{1-1=0}$$

$$7.5 \times 10^0$$

Se mueve el punto una vez a la derecha y se resta 1 a la potencia. Recuerda la ley exponente cero que indica que es 1

$$7.5 \times 1 = 7.5$$

Esta expresado en notación científica

Ejercicios de Aplicación XIX

1. A. Si todas las funciones son relaciones, pero no todas las relaciones son funciones.
Ejemplos de la lección 2.1 Conjunto F y G
B. Conjunto de pares ordenados
C. Relación de entrada y salida que solo produce un valor de salida por cada valor de entrada.

Ejercicios de Aplicación XX

1. . A. $\{(-5,-1), (-3,1), (0,4), (2,6), (4,8)\}$
B. $\{-1,1,4,6,8\}$
C. $\{-5,-3,0,2,4\}$

Ejercicios de Aplicación XXI

1. .El dominio es todos los números reales y el rango $[1, \infty)$ observa que las flechas de la gráfica indican que continua.

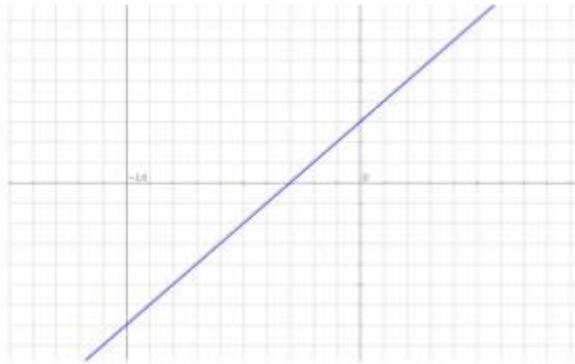
Ejercicios de Aplicación XXII

1. Recuerda que la línea vertical es según el eje de y , por lo tanto, la primera grafica no es función toca al eje de y en dos puntos y la segunda sí es una función cumple con definición.

Ejercicios de Aplicación XXIII

Debe quedar una gráfica lineal

X	Y
-2	1
-1	2
0	3
1	4
2	5



Recuerda tu puedes utilizar cualquier valor para x y siempre será una línea recta.

El dominio y rango pertenece a todos los números reales

La pendiente es positiva 1 y punto de corte es positivo 3

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Sharma, L. V., King, R. & Sharma, M. M. (2012). *Pre Álgebra* (Primera edición). Atalanta, GA: Educo International Inc.
2. Miller, Heeren & Hornsby (2004). *Matemáticas: Razonamiento y Aplicaciones* (10 ma. ed). México: Pearson.
3. Morales Colon, H. (2019). *Carpeta de Planificación de maestra para octavo grado*. Escuela Haydee Caballero, Caguas.
4. Información digital
 - a. Información Potencia
<http://matepotenciacionbasica.blogspot.com/2014/03/historia-de-la-potenciacion.html#:~:text=HISTORIA%20DE%20LA%20POTENCIACION%20COMO%20AUXILIAR%20DE%20LA%20MULTIPLICACION%20Y%20SU%20USO%20EN%20LA%20EDUCACION%20BÁSICA.&text=Para%20abreviar%20la%20escritura%20de%20se%20veces%20que%20se%20multiplica.>
 - b. Algebra
<https://definicion.mx/algebra/>
 - c. Notación Científica
http://www.montereyinstitute.org/courses/Algebra1/COURSE_TEXT_RESOURCE/U07_L1_T2_text_final_es.html

5. ILUSTRACIONES

Ilustración 1:

<http://blogpara-aprenderingles.blogspot.com/2012/08/numeros-cardinales-y-ordinales-en-ingles.html>

Ilustración 2:

https://www.google.com/search?q=opuesto+de+los+numeros+negativos+dibujos&tbm=isch&ved=2ahUKEwiz4Y_t1_zpAhUVZDABHaT4BhkQ2cCegQIABAA&og=opuesto+de+los+numeros+negativos+dibujos&gs_lcp=CgNpbWcQA1CmfVjYjAFgxl8BaABwAHgAqAGXAYgBgQiSAQMwLjiYAQCgAQGgAQnd3Mtd2l6LWltZw&sclient=img&ei=5KvjXrPfmJXlwbkPpPGbyAE&bih=568&biw=1226&rlz=1C1SQJL_enPR876PR876&hl=es-419#imgsrc=K-m87YgYarl0pM

Ilustración 3:

https://www.google.com/search?q=recta+numerica&rlz=1C1SQJL_enPR876PR876&sxsrf=ALeKk00ionEvrxiXYMHmyVYCcIIYjQ6Q:1592235023435&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=2ahUKEwj0yuHXkYTgAhVRQzABHXKsD1YQ_AUoAXoECBEQAw&biw=1242&bih=568#imgrc=0H3kez8FGjsQOM

Ilustración 4:

https://www.google.com/search?q=suma+en+la+recta+numerica&tbn=isch&ved=2ahUKEwjtC1v4TqAhUC0VMKHelC3oQ2cCegQIABAA&oq=suma+en+la+recta+numerica&gs_lcp=CgNpbWcQAzICCAyAggAMgIIADICCAyAggAMgIIADICCAyAggAMgIIADIGCAQBXAeUNdiWNdiYI2SAWgAcAB4AIABjwGIAY8BkgEDMC4xmAEAoAEBggELZ3dzLXdpei1pbWc&sclient=img&ei=BMTnXu3pCIKizwLvy67QBw&bih=568&biw=1226&rlz=1C1SQJL_enPR876PR876&hl=es-419#imgrc=cEIZX8b5-mQUiM

Ilustración 5:

https://www.google.com/search?q=suma+en+la+recta+numerica+de+dos+numeros+negativos&tbn=isch&ved=2ahUKEwiCq5zBxITqAhVHNVMKHIXIAcIQ2-cCegQIABAA&oq=suma+en+la+recta+numerica+de+dos+numeros+negativos&gs_lcp=CgNpbWcQA1DbMljZN2DAP2gAcAB4AIABgAGIAAdoDkgEDMC40mAEAoAEBggELZ3dzLXdpei1pbWc&sclient=img&ei=WsnnXoKWFsfqzALyoISQDA&bih=568&biw=1226&rlz=1C1SQJL_enPR876PR876&hl=es-419#imgrc=6qHxYp0AAymE6M

Ilustración 6:

https://www.google.com/search?q=suma+enteros&rlz=1C1SQJL_enPR876PR876&sxsrf=ALeKk01QAtRzm44FrU6dSsgE3GsXpfeIEA:1592389581670&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=2ahUKEwjnzO60YiqAhUrVTABHcDNDwIQ_AUoAXoECA4QAw&biw=1242&bih=568#imgrc=cEIZX8b5-mQUiM

Ilustración 7:

<http://calculointegraladm.blogspot.com/2018/?m=1>

Ilustración 8:

https://www.google.com/search?q=+caricatura+Potencia+de+matematicas&tbn=isch&ved=2ahUKEwiV5IPaQ4vqAhVMsFMKHZiaBWcQ2cCegQIABAA&oq=+caricatura+Potencia+de+matematicas&gs_lcp=CgNpbWcQAzoECAAQzoCCAA6BggAEAgQHIDsSFjwrQFghLABaABwAHgAgAHYAYgB9BGSAQYwLjE3LjYGAQCgAQGgAQnd3Mtd2l6LWltZw&sclient=img&ei=p1rrXtX0CMzgzgKYtZa4Bg&bih=568&biw=1242&rlz=1C1SQJL_enPR876PR876#imgrc=Lfn6_wuM5gc7jM&imgdii=sBw0itwb3bCEPM

Ilustración 9:

<http://math.uprag.edu/milena/5.1%20NUMEROS%20REALES..pdf>

Ilustración 10:

<https://definicion.de/raiz-cuadrada/>

Ilustración 11

Ilustración 12

<http://ticmatec.blogspot.com/2011/04/raiz-cuadrada.html>

Ilustración 13

<https://profefily.com/numeros-enteros-decimales-y-raices/raiz-cubica/>

Ilustración 14

<https://definicion.mx/wp-content/uploads/educacion/algebra.jpg>

Ilustración 15

<https://edulabpr.com/product/matematicas-8-propiedades-de-los-numeros-rationales/>

Ilustración 16

<http://www.bartolomecossio.com/MATEMATICAS/potencias de base 10.html>

Ilustración 17

<http://cbtno2fisica1.blogspot.com/2017/10/notacion-cientifica.html>

Ilustración 18

<https://matemovil.com/multiplicar-y-dividir-en-notacion-cientifica/>

Ilustración 19

<https://sites.google.com/site/algebrageneralidadesii/expresiones-algebraicas/terminos-algebraicos><https://matematicasmodernas.com/polinomios-de-una-variable/>

Ilustración 20

<https://matelucia.wordpress.com/pares-ordenados/>

Ilustración 21

<https://sites.google.com/site/aldoprecalculo/-funciones?tmpl=%2Fsystem%2Fapp%2Ftemplates%2Fprint%2F&showPrintDialog=1>

Ilustración 22

<http://matematicaabelortega.blogspot.com/2014/02/tabulacion-y-grafica-de-una-funcion.html>

Ilustración 23

<https://www.facebook.com/watch/?v=648465129313205>

Estimada familia:

El Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) tiene como prioridad el garantizar que a sus hijos se les provea una educación pública, gratuita y apropiada. Para lograr este cometido, es imperativo tener presente que los seres humanos son diversos. Por eso, al educar es necesario reconocer las habilidades de cada individuo y buscar estrategias para minimizar todas aquellas barreras que pudieran limitar el acceso a su educación.

La otorgación de acomodados razonables es una de las estrategias que se utilizan para minimizar las necesidades que pudiera presentar un estudiante. Estos permiten adaptar la forma en que se presenta el material, la forma en que el estudiante responde, la adaptación del ambiente y lugar de estudio y el tiempo e itinerario que se utiliza. Su función principal es proveerle al estudiante acceso equitativo durante la enseñanza y la evaluación. Estos tienen la intención de reducir los efectos de la discapacidad, excepcionalidad o limitación del idioma y no, de reducir las expectativas para el aprendizaje. Durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, se debe tener altas expectativas con nuestros niños y jóvenes.

Esta guía tiene el objetivo de apoyar a las familias en la selección y administración de los acomodados razonables durante el proceso de enseñanza y evaluación para los estudiantes que utilizarán este módulo didáctico. Los acomodados razonables le permiten a su hijo realizar la tarea y la evaluación, no de una forma más fácil, sino de una forma que sea posible de realizar, según las capacidades que muestre. El ofrecimiento de acomodados razonables está atado a la forma en que su hijo aprende. Los estudios en neurociencia establecen que los seres humanos aprenden de forma visual, de forma auditiva o de forma kinestésica o multisensorial, y aunque puede inclinarse por algún estilo, la mayoría utilizan los tres.

Por ello, a continuación, se presentan algunos ejemplos de acomodados razonables que podrían utilizar con su hijo mientras trabaja este módulo didáctico en el hogar. Es importante que como madre, padre o persona encargada en dirigir al estudiante en esta tarea los tenga presente y pueda documentar cuales se utilizaron. Si necesita más información, puede hacer referencia a la **Guía para la provisión de acomodados razonables** (2018) disponible por medio de la página www.de.pr.gov, en educación especial, bajo Manuales y Reglamentos.

GUÍA DE ACOMODOS RAZONABLES PARA LOS ESTUDIANTES QUE TRABAJARÁN BAJO MÓDULOS DIDÁCTICOS

Acomodos de presentación	Acomodos en la forma de responder	Acomodos de ambiente y lugar	Acomodos de tiempo e itinerario
<p>Cambian la manera en que se presenta la información al estudiante. Esto le permite tener acceso a la información de diferentes maneras. El material puede ser presentado de forma auditiva, táctil, visual o multisensorial.</p>	<p>Cambian la manera en que el estudiante responde o demuestra su conocimiento. Permite a los estudiantes presentar las contestaciones de las tareas de diferentes maneras. Por ejemplo, de forma verbal, por medio de manipulativos, entre otros.</p>	<p>Cambia el lugar, el entorno o el ambiente donde el estudiante completará el módulo didáctico. Los acomodos de ambiente y lugar requieren de organizar el espacio donde el estudiante trabajará.</p>	<p>Cambian la cantidad de tiempo permitido para completar una evaluación o asignación; cambia la manera, orden u hora en que se organiza el tiempo, las materias o las tareas.</p>
<p>Aprendiz visual:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Usar letra agrandada o equipos para agrandar como lupas, televisores y computadoras ▪ Uso de láminas, videos pictogramas. ▪ Utilizar claves visuales tales como uso de colores en las instrucciones, resaltadores (highlighters), subrayar palabras importantes. ▪ Demostrar lo que se espera que realice el estudiante y utilizar modelos o demostraciones. ▪ Hablar con claridad, pausado ▪ Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante ▪ Añadir al material información complementaria <p>Aprendiz auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Leerle el material o utilizar aplicaciones 	<p>Aprendiz visual:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Utilizar la computadora para que pueda escribir. ▪ Utilizar organizadores gráficos. ▪ Hacer dibujos que expliquen su contestación. ▪ Permitir el uso de láminas o dibujos para explicar sus contestaciones ▪ Permitir que el estudiante escriba lo que aprendió por medio de tarjetas, franjas, láminas, la computadora o un comunicador visual. ▪ Contestar en el folleto. <p>Aprendiz auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Grabar sus contestaciones ▪ Ofrecer sus contestaciones a un adulto que documentará por escrito lo mencionado. 	<p>Aprendiz visual:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Ambiente silencioso, estructurado, sin muchos distractores. ▪ Lugar ventilado, con buena iluminación. ▪ Utilizar escritorio o mesa cerca del adulto para que lo dirija. <p>Aprendiz auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Ambiente donde pueda leer en voz alta o donde pueda escuchar el material sin interrumpir a otras personas. ▪ Lugar ventilado, con buena iluminación y donde se les permita el movimiento mientras repite en voz alta el material. <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Ambiente se le permita moverse, hablar, escuchar música mientras trabaja, cantar. 	<p>Aprendiz visual y auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Preparar una agenda detallada y con códigos de colores con lo que tienen que realizar. ▪ Reforzar el que termine las tareas asignadas en la agenda. ▪ Utilizar agendas de papel donde pueda marcar, escribir, colorear. ▪ Utilizar “post-it” para organizar su día. ▪ Comenzar con las clases más complejas y luego moverse a las sencillas. ▪ Brindar tiempo extendido para completar sus tareas. <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Asistir al estudiante a organizar su trabajo con agendas escritas o electrónicas. ▪ Establecer mecanismos para

Acomodos de presentación	Acomodos en la forma de responder	Acomodos de ambiente y lugar	Acomodos de tiempo e itinerario
<p>que convierten el texto en formato audible.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Leer en voz alta las instrucciones. ▪ Permitir que el estudiante se grabe mientras lee el material. ▪ Audiolibros ▪ Repetición de instrucciones ▪ Pedirle al estudiante que explique en sus propias palabras lo que tiene que hacer ▪ Utilizar el material grabado ▪ Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Presentar el material segmentado (en pedazos) ▪ Dividir la tarea en partes cortas ▪ Utilizar manipulativos ▪ Utilizar canciones ▪ Utilizar videos ▪ Presentar el material de forma activa, con materiales comunes. ▪ Permitirle al estudiante investigar sobre el tema que se trabajará ▪ Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Hacer presentaciones orales. ▪ Hacer videos explicativos. ▪ Hacer exposiciones <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Señalar la contestación a una computadora o a una persona. ▪ Utilizar manipulativos para representar su contestación. ▪ Hacer presentaciones orales y escritas. ▪ Hacer dramas donde represente lo aprendido. ▪ Crear videos, canciones, carteles, infografías para explicar el material. ▪ Utilizar un comunicador electrónico o manual. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Permitir que realice las actividades en diferentes escenarios controlados por el adulto. Ejemplo el piso, la mesa del comedor y luego, un escritorio. 	<p>recordatorios que le sean efectivos.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Utilizar las recompensas al terminar sus tareas asignadas en el tiempo establecido. ▪ Establecer horarios flexibles para completar las tareas. ▪ Proveer recesos entre tareas. ▪ Tener flexibilidad en cuando al mejor horario para completar las tareas. ▪ Comenzar con las tareas más fáciles y luego, pasar a las más complejas. ▪ Brindar tiempo extendido para completar sus tareas.

HOJA DE DOCUMENTAR LOS ACOMODOS RAZONABLES UTILIZADOS AL TRABAJAR EL MÓDULO DIDÁCTICO

Nombre del estudiante: _____
Materia del módulo: _____

Número de SIE: _____
Grado: _____

Estimada familia:

1.

Utiliza la siguiente hoja para documentar los acomodados razonables que utiliza con tu hijo en el proceso de apoyo y seguimiento al estudio de este módulo. Favor de colocar una marca de cotejo [✓] en aquellos acomodados razonables que utilizó con su hijo para completar el módulo didáctico. Puede marcar todos los que aplique y añadir adicionales en la parte asignada para ello.

Acomodos de presentación	Acomodos de tiempo e itinerario
<p>Aprendiz visual:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Usar letra agrandada o equipos para agrandar como lupas, televisores y computadoras <input type="checkbox"/> Uso de láminas, videos pictogramas. <input type="checkbox"/> Utilizar claves visuales tales como uso de colores en las instrucciones, resaltadores (<i>highlighters</i>), subrayar palabras importantes. <input type="checkbox"/> Demostrar lo que se espera que realice el estudiante y utilizar modelos o demostraciones. <input type="checkbox"/> Hablar con claridad, pausado <input type="checkbox"/> Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante <input type="checkbox"/> Añadir al material información complementaria <p>Aprendiz auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Leerle el material o utilizar aplicaciones que convierten el texto en formato audible. <input type="checkbox"/> Leer en voz alta las instrucciones. <input type="checkbox"/> Permitir que el estudiante se grabe mientras lee el material. <input type="checkbox"/> Audiolibros <input type="checkbox"/> Repetición de instrucciones <input type="checkbox"/> Pedirle al estudiante que explique en sus propias palabras lo que tiene que hacer <input type="checkbox"/> Utilizar el material grabado <input type="checkbox"/> Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Presentar el material segmentado (en pedazos) <input type="checkbox"/> Dividir la tarea en partes cortas <input type="checkbox"/> Utilizar manipulativos <input type="checkbox"/> Utilizar canciones 	<p>Aprendiz visual:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Utilizar la computadora para que pueda escribir. <input type="checkbox"/> Utilizar organizadores gráficos. <input type="checkbox"/> Hacer dibujos que expliquen su contestación. <input type="checkbox"/> Permitir el uso de láminas o dibujos para explicar sus contestaciones <input type="checkbox"/> Permitir que el estudiante escriba lo que aprendió por medio de tarjetas, franjas, láminas, la computadora o un comunicador visual. <input type="checkbox"/> Contestar en el folleto. <p>Aprendiz auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Grabar sus contestaciones <input type="checkbox"/> Ofrecer sus contestaciones a un adulto que documentará por escrito lo mencionado. <input type="checkbox"/> Hacer presentaciones orales. <input type="checkbox"/> Hacer videos explicativos. <input type="checkbox"/> Hacer exposiciones <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Señalar la contestación a una computadora o a una persona. <input type="checkbox"/> Utilizar manipulativos para representar su contestación. <input type="checkbox"/> Hacer presentaciones orales y escritas. <input type="checkbox"/> Hacer dramas donde represente lo aprendido. <input type="checkbox"/> Crear videos, canciones, carteles, infografías para explicar el material. <input type="checkbox"/> Utilizar un comunicador electrónico o manual.

Acomodos de presentación	Acomodos de tiempo e itinerario
<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Utilizar videos <input type="checkbox"/> Presentar el material de forma activa, con materiales comunes. <input type="checkbox"/> Permitirle al estudiante investigar sobre el tema que se trabajará <input type="checkbox"/> Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante 	
Acomodos de respuesta	Acomodos de ambiente y lugar
<p>Aprendiz visual:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Ambiente silencioso, estructurado, sin muchos distractores. <input type="checkbox"/> Lugar ventilado, con buena iluminación. <input type="checkbox"/> Utilizar escritorio o mesa cerca del adulto para que lo dirija. <p>Aprendiz auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Ambiente donde pueda leer en voz alta o donde pueda escuchar el material sin interrumpir a otras personas. <input type="checkbox"/> Lugar ventilado, con buena iluminación y donde se les permita el movimiento mientras repite en voz alta el material. <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Ambiente se le permita moverse, hablar, escuchar música mientras trabaja, cantar. <input type="checkbox"/> Permitir que realice las actividades en diferentes escenarios controlados por el adulto. Ejemplo el piso, la mesa del comedor y luego, un escritorio. 	<p>Aprendiz visual y auditivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Preparar una agenda detalladas y con códigos de colores con lo que tienen que realizar. <input type="checkbox"/> Reforzar el que termine las tareas asignadas en la agenda. <input type="checkbox"/> Utilizar agendas de papel donde pueda marcar, escribir, colorear. <input type="checkbox"/> Utilizar “post-it” para organizar su día. <input type="checkbox"/> Comenzar con las clases más complejas y luego moverse a las sencillas. <input type="checkbox"/> Brindar tiempo extendido para completar sus tareas. <p>Aprendiz multisensorial:</p> <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Asistir al estudiante a organizar su trabajo con agendas escritas o electrónicas. <input type="checkbox"/> Establecer mecanismos para recordatorios que le sean efectivos. <input type="checkbox"/> Utilizar las recompensas al terminar sus tareas asignadas en el tiempo establecido. <input type="checkbox"/> Establecer horarios flexibles para completar las tareas. <input type="checkbox"/> Proveer recesos entre tareas. <input type="checkbox"/> Tener flexibilidad en cuando al mejor horario para completar las tareas. <input type="checkbox"/> Comenzar con las tareas más fáciles y luego, pasar a las más complejas. <input type="checkbox"/> Brindar tiempo extendido para completar sus tareas.
<p>Otros:</p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

2.

Si tu hijo es un candidato o un participante de los servicios para estudiantes aprendices del español como segundo idioma e inmigrantes considera las siguientes sugerencias de enseñanza:

- Proporcionar un modelo o demostraciones de respuestas escritas u orales requeridas o esperadas.
- Comprobar si hay comprensión: use preguntas que requieran respuestas de una sola palabra, apoyos y gestos.
- Hablar con claridad, de manera pausada.
- Evitar el uso de las expresiones coloquiales, complejas.
- Asegurar que los estudiantes tengan todos los materiales necesarios.
- Leer las instrucciones oralmente.
- Corroborar que los estudiantes entiendan las instrucciones.
- Incorporar visuales: gestos, accesorios, gráficos organizadores y tablas.
- Sentarse cerca o junto al estudiante durante el tiempo de estudio.
- Seguir rutinas predecibles para crear un ambiente de seguridad y estabilidad para el aprendizaje.
- Permitir el aprendizaje por descubrimiento, pero estar disponible para ofrecer instrucciones directas sobre cómo completar una tarea.
- Utilizar los organizadores gráficos para la relación de ideas, conceptos y textos.
- Permitir el uso del diccionario regular o ilustrado.
- Crear un glosario pictórico.
- Simplificar las instrucciones.
- Ofrecer apoyo en la realización de trabajos de investigación.
- Ofrecer los pasos a seguir en el desarrollo de párrafos y ensayos.
- Proveer libros o lecturas con conceptos similares, pero en un nivel más sencillo.
- Proveer un lector.
- Proveer ejemplos.
- Agrupar problemas similares (todas las sumas juntas), utilizar dibujos, láminas, o gráficas para apoyar la explicación de los conceptos, reducir la complejidad lingüística del problema, leer y explicar el problema o teoría verbalmente o descomponerlo en pasos cortos.
- Proveer objetos para el aprendizaje (concretizar el vocabulario o conceptos).
- Reducir la longitud y permitir más tiempo para las tareas escritas.
- Leer al estudiante los textos que tiene dificultad para entender.
- Aceptar todos los intentos de producción de voz sin corrección de errores.
- Permitir que los estudiantes sustituyan dibujos, imágenes o diagramas, gráficos, gráficos para una asignación escrita.
- Esbozar el material de lectura para el estudiante en su nivel de lectura, enfatizando las ideas principales.
- Reducir el número de problemas en una página.
- Proporcionar objetos manipulativos para que el estudiante utilice cuando resuelva problemas de matemáticas.

3.

Si tu hijo es un estudiante dotado, es decir, que obtuvo 130 o más de cociente intelectual (CI) en una prueba psicométrica, su educación debe ser dirigida y desafiante. Deberán considerar las siguientes recomendaciones:

- Conocer las capacidades especiales del estudiante, sus intereses y estilos de aprendizaje.
- Realizar actividades motivadoras que les exijan pensar a niveles más sofisticados y explorar nuevos temas.
- Adaptar el currículo y profundizar.
- Evitar las repeticiones y las rutinas.
- Realizar tareas de escritura para desarrollar empatía y sensibilidad.
- Utilizar la investigación como estrategia de enseñanza.
- Promover la producción de ideas creativas.
- Permitirle que aprenda a su ritmo.
- Proveer mayor tiempo para completar las tareas, cuando lo requiera.
- Cuidar la alineación entre su educación y sus necesidades académicas y socioemocionales.