MÓDULO DIDÁCTICO DE MATEMÁTICAS

SÉPTIMO GRADO

agosto 2020

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN
GOBIERNO DE PUERTO RICO

Página web: https://de.pr.gov/ Twitter: @educacionpr

CONTENIDO

LISTA DE COLABORADORES 4
CARTA PARA EL ESTUDIANTES, LAS FAMILIAS Y MAESTROS 5
CALENDARIO DE PROGRESO EN EL MÓDULO 8
LECCIONES 9
Unidad 1: Números Racionales 9
Lección 1. Números Enteros 9
Lección 2. Comparar y ordenar los Números Enteros 11
Lección 3. Valor Absoluto 12
Lección 4. Suma y Resta de Números Enteros 14
Suma de números con signos iguales 14
Lección 5. Operaciones de multiplicación y división con Números Enteros 21
Multiplicación y División de números enteros 21
Lección 6. Propiedades de la multiplicación 27
i. Propiedad Conmutativa de la Multiplicación 27
ii. Propiedad Asociativa de la Multiplicación 27
iii. Elemento neutro de la Multiplicación 27
iv. Propiedad Distributiva 28
Unidad 1: Números Racionales 28
Lección 7. Orden de las operaciones 43
Orden de Operaciones 44
Lección 8. Estimación 49
¿Qué es estimar? ¿Cuál es su importancia? 49
Reglas para redondear enteros 50
Lección 9. Propiedades de los exponentes 54
Unidad 2: Razón, proporción y por ciento 71
Estándar: Numeración y operaciones 71
Lección 10. Razones y proporciones 71
Proporción 73
Lección 11. La proporción porcentual 75
Porcentaje de cambio 77

La ecuación porcentual 79
REFERENCIAS 81
GUÍA DE ACOMODOS RAZONABLES PARA LOS ESTUDIANTES QUE TRABAJARÁN BAJO MÓDULOS DIDÁCTICOS 82

LISTA DE COLABORADORES

Prof.ª Yamilet Lugo Ortiz
Facilitadora Docente, ORE Mayagüez

Prof.ª Carin Pérez Aponte
Maestra
Escuela Superior Monserrate León De Irizarry, Cabo Rojo

Prof. Diego Lugo Mercado
Maestro
Escuela Intermedia Luis Muñoz Rivera, Lajas

Prof. Miguel Marrero Santiago
Maestro
Escuela Primaria Esteban Rosado Báez, Mayagüez

Prof. Omar Sanoguet Cancel
Maestro
Escuela Superior Lola Rodríguez de Tió, San Germán

Prof.ª Sol Nydia Vélez Rivera
Maestra
Escuela Primaria Julio Víctor Guzmán, San Germán

Prof.ª Sylvia Hernández Acevedo
Maestra
Escuela Superior Dr. Carlos González, Aguada

Dra. Wanda I. Rivera Rivas
Directora Programa de Matemáticas
Departamento de Educación de Puerto Rico

CARTA PARA EL ESTUDIANTES, LAS FAMILIAS Y MAESTROS

Estimado estudiante:

Este módulo didáctico es un documento que favorece tu proceso de aprendizaje. Además, permite que aprendas en forma más efectiva e independiente, es decir, sin la necesidad de que dependas de la clase presencial o a distancia en todo momento. Del mismo modo, contiene todos los elementos necesarios para el aprendizaje de los conceptos claves y las destrezas de la clase de Matemáticas, sin el apoyo constante de tu maestro. Su contenido ha sido elaborado por maestros, facilitadores docentes y directores de los programas académicos del Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) para apoyar tu desarrollo académico e integral en estos tiempos extraordinarios en que vivimos.

Te invito a que inicies y completes este módulo didáctico siguiendo el calendario de progreso establecido por semana. En él, podrás repasar conocimientos, refinar habilidades y aprender cosas nuevas sobre la clase de Matemáticas por medio de definiciones, ejemplos, lecturas, ejercicios de práctica y de evaluación. Además, te sugiere recursos disponibles en la internet, para que amplíes tu aprendizaje. Recuerda que esta experiencia de aprendizaje es fundamental en tu desarrollo académico y personal, así que comienza ya.

Estimada familia:

El Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) comprometido con la educación de nuestros estudiantes, ha diseñado este módulo didáctico con la colaboración de: maestros, facilitadores docentes y directores de los programas académicos. Su propósito es proveer el contenido académico de la materia de Matemáticas para las primeras diez semanas del nuevo año escolar. Además, para desarrollar, reforzar y evaluar el dominio de conceptos y destrezas claves. Esta es una de las alternativas que promueve el DEPR para desarrollar los conocimientos de nuestros estudiantes, tus hijos, para así mejorar el aprovechamiento académico de estos.

Está probado que cuando las familias se involucran en la educación de sus hijos mejoran los resultados de su aprendizaje. Por esto, te invitamos a que apoyes el desarrollo académico e integral de tus hijos utilizando este módulo para apoyar su aprendizaje. Es fundamental que tu hijo avance en este módulo siguiendo el calendario de progreso establecido por semana.

El personal del DEPR reconoce que estarán realmente ansiosos ante las nuevas modalidades de enseñanza y que desean que sus hijos lo hagan muy bien. Le solicitamos a las familias que brinden una colaboración directa y activa en el proceso de enseñanza y aprendizaje de sus hijos. En estos tiempos extraordinarios en que vivimos, les recordamos que es importante que desarrolles la confianza, el sentido de logro y la independencia de tu hijo al realizar las tareas escolares. No olvides que las necesidades educativas de nuestros niños y jóvenes es responsabilidad de todos.

Estimados maestros:

El Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) comprometido con la educación de nuestros estudiantes, ha diseñado este módulo didáctico con la colaboración de: maestros, facilitadores docentes y directores de los programas académicos. Este constituye un recurso útil y necesario para promover un proceso de enseñanza y aprendizaje innovador que permita favorecer el desarrollo holístico e integral de nuestros estudiantes al máximo de sus capacidades. Además, es una de las alternativas que se proveen para desarrollar los conocimientos claves en los estudiantes del DEPR; ante las situaciones de emergencia por fuerza mayor que enfrenta nuestro país.

El propósito del módulo es proveer el contenido de la materia de Matemáticas para las primeras diez semanas del nuevo año escolar. Es una herramienta de trabajo que les ayudará a desarrollar conceptos y destrezas en los estudiantes para mejorar su aprovechamiento académico. Al seleccionar esta alternativa de enseñanza, deberás velar que los estudiantes avancen en el módulo siguiendo el calendario de progreso establecido por semana. Es importante promover el desarrollo pleno de estos, proveyéndole herramientas que puedan apoyar su aprendizaje. Por lo que, deben diversificar los ofrecimientos con alternativas creativas de aprendizaje y evaluación de tu propia creación para reducir de manera significativa las brechas en el aprovechamiento académico.

El personal del DEPR espera que este módulo les pueda ayudar a lograr que los estudiantes progresen significativamente en su aprovechamiento académico. Esperamos que esta iniciativa les pueda ayudar a desarrollar al máximo las capacidades de nuestros estudiantes.

CALENDARIO DE PROGRESO EN EL MÓDULO

DÍAS / SEMANAS	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
1	Lección 1	Lección 1	Lección 1	Lección 1	Lección 1
2	Evaluación	Lección 2	Evaluación	Lección 2	Lección 2
3	Lección 2	Evaluación	Lección 3	Lección 3	Lección 3
4	Evaluación	Lección 4	Lección 4	Lección 4	Evaluación
5	Lección 5	Lección 5	Lección 5	Evaluación	Lección 6
6	Lección 6	Lección 6	Evaluación	Lección 7	Lección 7
7	Lección 7	Lección 7	Evaluación	Lección 8	Lección 8
8	Lección 8	Lección 8	Evaluación	Lección 9	Lección 9
9	Lección 9	Evaluación	Lección 10	Lección 10	Lección 10
10	Evaluación	Lección 11	Lección 11	Lección 11	Evaluación

LECCIONES

Unidad 1: Números Racionales

Estándar Numeración y operaciones

7.N.2.1, 7.N.2.2, 7.N.2.3, 7.N.3.1, 7.N.3.2

Objetivos:

Al finalizar las lecciones 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 el estudiante estará preparado para:

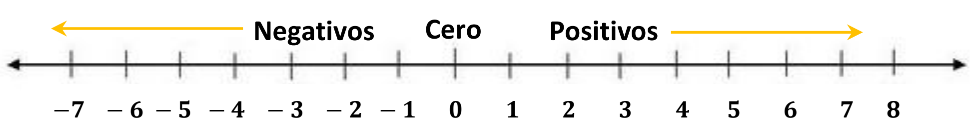
1. Definir los números enteros.
2. Determinar el opuesto de un entero.
3. Determinar el valor absoluto de un entero.
4. Localizar enteros en una recta numérica.
5. Comparar y ordenar enteros.
6. Aplicar las reglas para realizar operaciones de suma, resta, multiplicación y división de enteros.
7. Resolver ejercicios matemáticos siguiendo el orden correcto de las operaciones.
8. Aplicar las propiedades de la multiplicación.

Lección 1. Números Enteros

Estándar y expectativa: N.OE.7.2.2

Definiciones:

1) **Números enteros** – contiene los números negativos, positivos y al cero. Pertenecen a la familia de los racionales, pero no tienen su parte decimal.



Recta Numérica

2) **Números negativos** – son aquellos que se encuentran a la izquierda de cero y se extienden indefinidamente. Siempre van a tener un símbolo de resta (–) frente al número.

   Ejemplo: $-8,\ -5,\ -20,\ -3,\ -40$

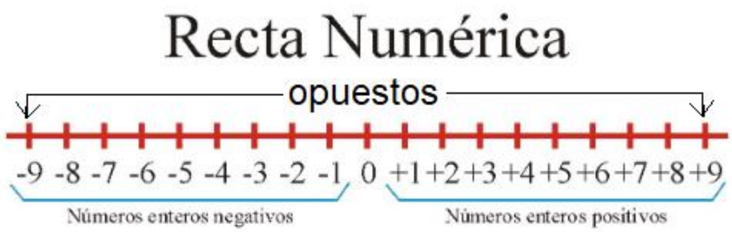
3) **Números Positivos** – son aquellos que están a la derecha del cero y se extienden indefinidamente. A diferencia de los números negativos que se le coloca el símbolo de resta (–) al frente del número, los números positivos no necesariamente necesitan tener el símbolo de suma (+) frente al número ya que se entiende que son positivos.

Ejemplo: $^{+}3,\ ^{+}15,\ 9,\ 8$

4) El entero 0 no es positivo ni negativo.

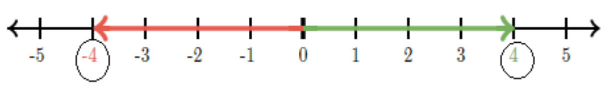
Cada número entero tiene un opuesto que está a la misma distancia del 0 en una recta numérica, pero en el lado opuesto del cero.

Veamos la siguiente recta numérica.

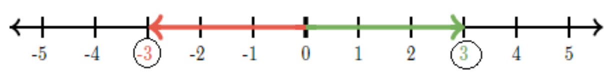


Veamos estos ejemplos sobre los números opuestos en la recta numérica

–4 es lo opuesto de 4.



3 es lo opuesto de –3.

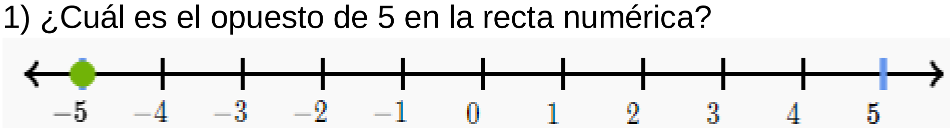


En la expresión – (-3) =3
la rayita delante del paréntesis
se lee opuesto de

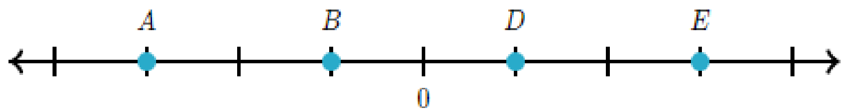
La expresión – (+5) = -5 se lee
el opuesto de positivo cinco es
igual a negativo 5.

Actividades de aprendizaje: Identificar los Números Enteros

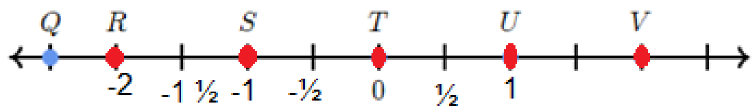
1) ¿Cuál es el opuesto de 5 en la recta numérica?



2) ¿Cuál es el opuesto de A en la recta numérica?



3) ¿Que podemos decir del opuesto de V?



4) ¿Cuál es el opuesto de los siguientes números? a) 8 b) -7 c) 0

5) Escribe los numerales que completan la siguiente tabla siguiendo el ejemplo

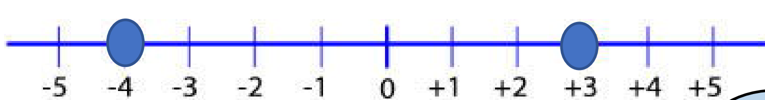
-(-11)	11
-(8)	
-(-10)	
-(-25)	

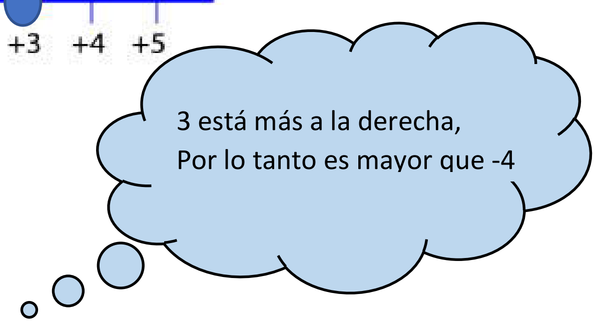
Lección 2. Comparar y ordenar los Números Enteros

Puedes usar la recta numérica para comparar los Números Enteros. En una recta numérica siempre el número mayor se encuentra a la derecha. Los números van aumentando hacia la derecha y disminuyendo hacia la izquierda en la recta numérica.

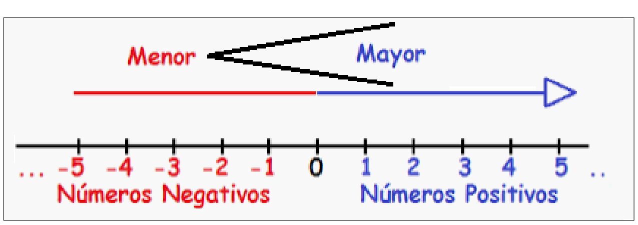
Veamos el próximo ejemplo.

¿Qué número está más a la derecha en la recta numérica? ¿Cuál es el mayor?





¿Qué observamos en el siguiente diagrama?



a) Un número entero positivo es mayor que un número entero negativo.
b) Entre varios números en la recta, siempre es mayor el que está situado más a la derecha.
c) Utilizamos el símbolo mayor que (>) y menor que (<), recordando que abre siempre hacia el número mayor y apunta hacia el número menor.

Actividades de aprendizaje: Comparar y Ordenar Números Enteros

1) Ordena los siguientes números de forma *ascendente* (de menor a mayor).

$-7, +8, +3, -10, +6, +4, -2$ ______________________________

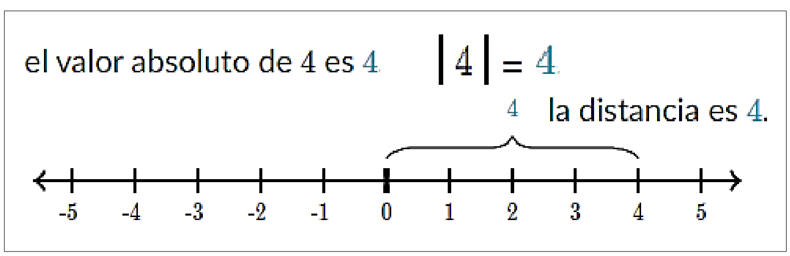
2) Utiliza los símbolos: mayor que (>) y menor que (<) para comparar los números dados

-8 ◯ 1 10 ◯ -99 -4 ◯ 0 2 ◯ -2 -18 ◯ -9

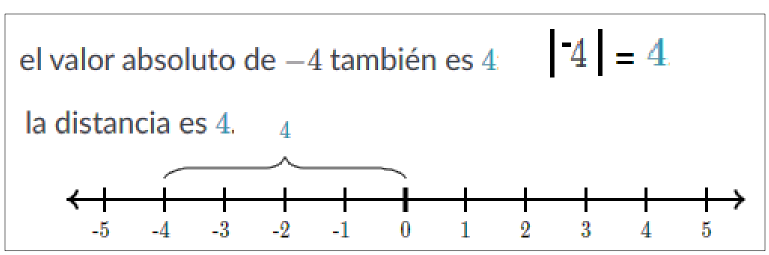
Lección 3. Valor Absoluto

El valor absoluto de un número es su distancia hasta el cero. Siempre es positivo porque representa distancia. Utilizamos este símbolo $|x|$ para representar el valor absoluto de un número.

El símbolo de valor absoluto es una barra | a cada lado del número.
Por ejemplo, en lugar de escribir "el valor absoluto de -6"
podemos escribir simplemente $|-6|$



Pero, ¿cuál es el valor absoluto de un número negativo?



$|-11| = 11$ $|-3| = 3$ $|11| = 11$ $|3| = 3$

Más ejemplos:

Podemos comparar números que estén dentro de un valor absoluto.

Ejemplo: Compara.

$$|-9| \bigcirc 27 \qquad\qquad |-9| = 9$$

1. Primero hallamos el valor absoluto de -9
2. Luego comparamos $9 < 27$
3. Por lo tanto, la contestación correcta es $|-9| < 27$

Además, podemos hacer operaciones matemáticas dentro del valor absoluto.

Ejemplo: Halla el valor absoluto de la suma.

$$|8+2| = |10| = 10$$

1. Realiza la suma.
2. Halla el valor absoluto del resultado.

En la expresión $-|-3| = 3$ la rayita delante del valor absoluto se lee opuesto del valor absoluto de -3

La expresión $-|+5| = -5$ se lee el opuesto del valor absoluto de cinco es igual a negativo 5.

Actividades de aprendizaje: Valor Absoluto

1) Completa cada uno de los siguientes ejercicios

a) $|2|$

b) $-|-5|$

c) $|2+3|$

d) $|5-1|$

e) $-|5|$

2) Compara los valores absolutos con mayor que (>) menor que (<)

a) $|-9|$ ◯ $|-8|$

b) $|1|$ ◯ $|-8|$

c) $|-3|$ ◯ $|8|$

d) $|5|$ ◯ $|-8|$

3) ¿Cómo tu ordenarías $|9|$ $|-8|$ $|1|$ $|-3|$ $|-15|$ de menor a mayor?

Escribe tu respuesta explicando cómo lo ordenarías y la contestación al ejercicio.

Lección 4. Suma y Resta de Números Enteros

Suma de números con signos iguales

Como bien dice la regla de signos iguales en la suma y reta, cuando tenemos signos iguales se procede a sumar los números de dos en dos. Es importante observar bien el signo que tiene cada número para así poder hacer la operación adecuada y de manera correcta. Veamos los siguientes ejemplos.

Signos iguales positivos

Ejemplos:

1) $3 + 3 = 6$ Ambos números son positivos, se suman y su resultado es positivo.

2) $12 + 24 = 36$ Ambos son positivos, se suman y su resultado es positivo.

3) $(^{+}5) + (^{+}9) = 14$ Ambos signos son positivos, se suman y el resultado es positivo.
** recuerda que si el número no tiene signo es porque es positivo con excepción del cero (0) que es un número neutral (ni es positivo, ni es negativo)

Signos iguales negativos

Ejemplos:

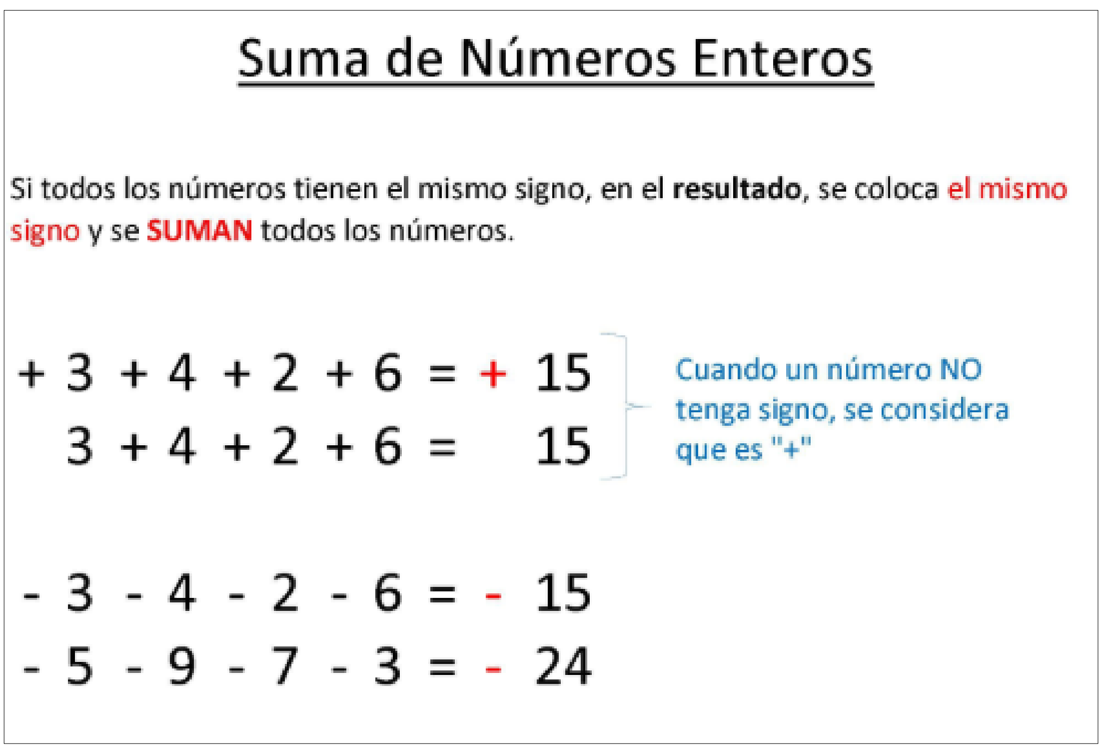
1) $(^{-}8) + (^{-}3) = -11$ Ambos números son negativos, se suman y su resultado es negativo. Importante observar el signo que esta frente al número.

2) $(^{-}4) + (^{-}15) = -19$ Ambos números son negativos, se suman y el resultado es negativo.

Otra manera de verlo

3) $-10 - 15 = -25$ Ambos números son negativos ($\mathbf{-10}$) y ($\mathbf{-15}$). Por lo tanto, sus signos son iguales, se suman y su resultado es negativo.

** Recordemos que es bien importante observar los signos que están frente a cada número, así podrás saber qué operación harás y que signo llevará el resultado.



¿Qué pasa cuando los signos son diferentes y vemos un signo de suma?

Como bien dice la regla de signos diferentes en suma y resta, cuando tenemos un signo positivo y uno negativo la operación que vamos a realizar es resta. O sea, se van a restar los números de izquierda a derecha. Para saber que signo lleva el resultado miramos los dos números que tenemos. Buscamos cuál de ellos tiene un valor absoluto mayor. El signo que tenga ese número será el signo que lleve el resultado. Veamos los siguientes ejemplos.

Signos diferentes

Ejemplos:

1) $12 + (^{-}8) = 4$ Aquí tenemos signos diferentes, el **12** es <u>positivo</u> y el **8** es <u>negativo</u>. Se procede a restar ambos números y su resultado es 4. Observa que signos hay en el **12** y el **8**. El **12** tiene valor absoluto mayor por lo tanto este signo se coloca en el resultado.

2) $-14 + 5 = -9$ Aquí tenemos signos diferentes, el **14** es <u>negativo</u> y el **5** es <u>positivo</u>. Se procede a restar ambos números y su resultado es $\mathbf{-9}$. Observa que el $\mathbf{-14}$ tiene valor absoluto mayor que el 5 por lo tanto, el resultado es negativo.

3) $9 - 20$ (*se puede resolver de dos formas*)

Forma A de resolverlo

$9 - 20 =$ → *Se cambia el signo de resta por uno de suma y se le coloca el signo opuesto al segundo* número.

$9 + (^{-}20) = -11$ → *Como los signos son diferentes se procede a restar ambos números. Observamos que* $\mathbf{-20}$ *tiene el valor absoluto mayor por lo tanto el resultado es negativo.*

Forma B de resolverlo

$9 - 20 = -11$ → *Aquí solo observamos los signos de cada número. El 9 es positivo y el 20 es negativo por lo tanto se procede a realizar la resta y colocarle el signo adecuado al resultado, siempre buscando el signo del número que tenga valor absoluto mayor.*

** Recuerda que es importante que siempre mires los signos que tiene cada número para así poder saber cuál operación usar y conocer cual signo lleva el resultado.

Ejemplo

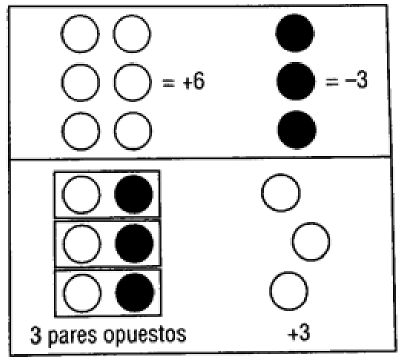
Suma: 6 + (–3).

Cuenta o dibuja seis fichas del mismo color para representar +6.

Cuenta o dibuja tres fichas de diferente color para representar –3.

Forma tantos pares como sea posible. Relaciona una ficha de cada color o tacha una ficha de cada color en tu diagrama. Puedes formar tres pares.

Cuenta las fichas que quedan. Quedan 3 fichas, por tanto, 6 + (–3) = 3



Ejercicios de Ejemplo adicionales

Instrucciones: En cada ejercicio determina si los signos son iguales o diferentes, ¿cuál operación vas a utilizar? ¿cuál signo lleva el resultado? y resuélvelos.

Ejercicio	**Signos (iguales o diferentes)**	**Suma o resta**	**Signo del resultado**	**Resolverlo**
1) $12 + 26$	Iguales	Sumas	Positivo	$12 + 26 = 38$
2) $15 - 8$	Diferentes	Restas	Positivo	$15 - 8 = 7$
3) $(^-13) + (^-14)$	Iguales	Sumas	Negativo	$(^-13) + (^-14) = -27$
4) $-9 - 9$	Iguales	Sumas	Negativo	$-9 - 9 = -18$
5) $7 - 12$	Diferentes	Restas	Negativo	$7 - 12 = 7 + (^-12) = -5$
6) $12 - 25$	Diferentes	Restas	Negativo	$12 - 25 = -13$
7) $-15 + 40$	Diferentes	Restas	Positivo	$-15 + 40 = 25$

Actividades de aprendizaje : Suma de Números Enteros

a) $(4) + (3) =$

b) $(-2) + (-1) =$

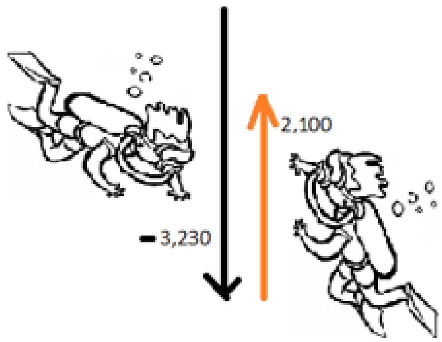
c) $(-5) + (9) =$

d) $(-18) + (10) =$

Aplica la suma de enteros. Estudia este ejemplo.

Carlota *descendió* 3,230 pies buceando en La Parguera. Se sintió mareado y rápidamente *ascendió* 2,100 pies hasta observar bien los corales. ¿A cuántos pies de diferencia se mantuvo observando los corales?

Primero desendió, quiere decir que bajó y la cantidad se representa de manera negativa (- 3,230) y luego ascendió por lo cual se expresa positivamente (2,100).



$-3{,}230 + 2{,}100 =$

$|-3{,}230| + |2{,}100| =$

$$\begin{array}{r} 3{,}230 \\ -\ 2{,}100 \\ \hline 1{,}130 \end{array}$$

$= 1{,}130$

Práctica 1

Resuelve cada ejercicio adecuadamente teniendo en cuenta la regla de signos. Si tienes duda, repasa los ejemplos que se han dado para una mayor comprensión de lo que tienes que hacer.

1) $14 + 8 =$
2) $12 + 25 =$
3) $(^{-}14) + (^{-}42) =$
4) $-26 + 15 =$
5) $28 + (^{-}18) =$
6) $-14 - 15 =$
9) $115 + 23 =$
10) $(-56) + (-56) =$
11) $0 - 48 =$
12) $37 - 59 =$
13) $95 + (-100) =$
14) $12 - (^{-}12) =$

7) $-36 + 12 =$

8) $90 + (^{-}99) =$

15) $-7 - 12 =$

16) $-245 + 367 =$

Práctica 2

Instrucciones: En cada ejercicio determina si los signos son iguales o diferentes, ¿Qué operación vas a utilizar? ¿cuál signo lleva el resultado? y resuélvelos.

Ejercicio	Signos (iguales o diferentes)	Suma o resta	Signo del resultado	Resolverlo
1) $15 + 36$				
2) $25 - 18$				
3) $(^{-}33) + (^{-}24)$				
4) $-19 - 19$				
5) $17 - 42$				
6) $12 - 75$				
7) $-35 + 43$				

Práctica 3 Aplica la suma. Muestra tus cómputos.

La temperatura esta mañana en Canadá estaba a -2°F. Luego la temperatura subió 8 °F al mediodía. Halla cuánto fue la temperatura durante el mediodía.

Claves de respuesta:

Identificar los números enteros

Clave = 1)- 5 2) E 3)- 2 4) -8 7 0 5) 11, -8, 10, 25

Comparar y ordenar números enteros

Clave 1) -10, -7, 3, 4, 6, 8 2) <, >, <, >, <

Valor absoluto:

Clave 1. a) 2 b) -5 c) 5 d) 4 e) -5 2. a > b < c < d < 3. 1, 3, 8, 9, 15

Actividades de aprendizaje : Suma de Números Enteros

a) (4) + (3) = **7**

b) (-2) + (-1) = **-3**

c) (-5) + (9) = **4**

d) (-18) + (10) = **-8**

Lección 5. Operaciones de multiplicación y división con Números Enteros

Vocabulario de la lección

Factor-número que divide a otro. Es decir, números que podemos multiplicar.

Producto- resultado de la multiplicación de los factores.

Divisor- número por el cual se divide otro número

Dividendo- número que se divide por otro (divisor) para obtener un cociente

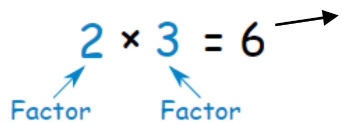
Cociente- resultado de dividir un número por otro.

Residuo-número que queda al dividir un número por otro.

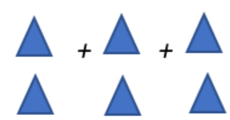
Multiplicación y División de números enteros

A- La multiplicación

La ***multiplicación*** es la operación para encontrar el producto de dos o más cantidades. En aritmética, la multiplicación de un número ***a*** por un número ***b*** consiste en sumar ***a*** por si mismo ***b*** veces.



Producto

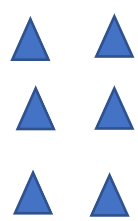


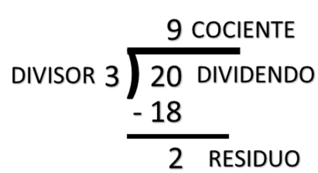
2+2+2 =6

Sumas el número 2 tres veces

3 x 2 = 6

Sumas el número 3 dos veces +





Los números que se multiplicarán se llaman factores. Ejemplo: 3 y 2 son factores de este ejemplo. El resultado se llama el producto. Se utilizan varios símbolos diferentes para indicar la multiplicación. Algunos son: x ( ) • *. Cuando se utilizan paréntesis y no hay un símbolo de operaciones aritméticas, la operación es una multiplicación.

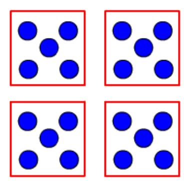
Ejemplos: 2 (3) =6 3 x 2=6 2•3=6

B- La división

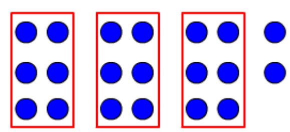
La ***división*** es la operación opuesta de la multiplicación. Por lo general se utiliza el símbolo ÷, que puede pensarse como *a* ÷ *b* es el tamaño de cada grupo cuando *a* objetos son divididos en *b* grupos. Por ejemplo: 20 ÷ 4 puede encontrarse cuando divide 20 puntos en 4 grupos de igual tamaño.

Ejemplos: 20 ÷4 , 20/4 , $\frac{20}{4}$, $4\overline{)20}$

20 ÷ 4 = 5



$$\begin{array}{r|l} & \;\;6 \\ \hline 3 & 20 \\ & \underline{-18} \\ & \;\;\;2 \end{array}$$



El símbolo utilizado en la división larga se le llama *galera*

Multiplicación y División con signos iguales.

La regla de signos **iguales** en multiplicamos o dividimos nos dice que cuando tenemos dos números con signos iguales se multiplica o se divide según sea el caso y el signo del resultado siempre será positivo. Es importante observar bien el signo que tiene cada número para saber si el resultado será positivo o negativo. Veamos los siguientes ejemplos.

Signos iguales en multiplicación y división

Ejemplos:

1) $5 \times 7 = 35$ *Ambos números son positivos, o sea tienen* ***signos iguales****, se multiplica y el resultado es positivo.*

2) $(-8) \times (-9) = 72$ *Ambos números son negativos, o sea tienen* ***signos iguales****, se multiplica y el resultado es positivo.*

3) $24 \div 3 = 8$ *Ambos números son positivos, o sea tienen* ***signos iguales****, se divide y el resultado es positivo.*

4) $\frac{-40}{-10} = 4$ *Ambos números son negativos, o sea tienen* ***signos iguales****, se divide y el resultado es positivo.*

Multiplicación y división con signos diferentes

La regla de signos **diferentes** en multiplicamos o dividimos nos dice que cuando tenemos dos números con signos **diferentes** se multiplica o se divide según sea el caso y el signo del resultado siempre será **negativo**. Es importante observar bien el signo que tiene cada número para saber si el resultado será positivo o negativo. Veamos los siguientes ejemplos.

Regla de los signos en multiplicación y división
Signos iguales – cuando tenemos una multiplicación o división de dos números con signos iguales ya sean dos positivos $(+)$ o dos negativos $(-)$, se multiplica o se divide según indique la operación y el resultado **siempre** será positivo. Importante si la operación indicada es multiplicación, vas a multiplicar, si la operación indicada es división, vas a dividir. Aquí solamente miramos los signos de esos dos números y si son **iguales** simplemente el resultado será **positivo**.
Signos diferentes – cuando tenemos una multiplicación o división de dos números donde uno de ellos tiene signo positivo $(+)$ y otro signo negativo $(-)$, se multiplica o se divide según indique la operación y el resultado **siempre** será negativo. Importante si la operación indicada es multiplicación, vas a multiplicar, si la operación indicada es división, vas a dividir. Aquí solamente miramos los signos de esos dos números y si son **diferentes** simplemente el resultado será **negativo**.

Signos diferentes en multiplicación y división

Ejemplos:

1) $(8) \times (-7) = -56$ *Aquí tenemos un número positivo y otro negativo, o sea tiene **signos diferentes**, se multiplica, pero el resultado es **negativo.***

2) $-45 \div 9 = -5$ *Aquí tenemos un número negativo dividido entre un número positivo, o sea tiene **signos diferentes**, se divide y el resultado es **negativo.***

3) $\frac{63}{-9} = -7$ *Aquí tenemos un numero positivo dividido entre un número negativo, o sea tienen **signos diferentes**, se divide y el resultado es **negativo**.*

** Importante observar bien los signos y saber cuál operación matemática se está trabajando. Recuerda si lo signos son iguales y estás multiplicando o dividiendo el resultado siempre será positivo.

DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Números enteros con el mismo signo

Para dividir dos números con el mismo signo, divide los valores absolutos de los números. El cociente es positivo.

EJEMPLOS

1. $30 \div 6 = 5$ 2. $(-30) \div (-6) = 5$

Números enteros son signos diferentes

Para dividir dos números con signos diferentes, divide los valores absolutos de los números. El cociente es negativo.

EJEMPLOS

3. $(-30) \div 6 = -5$ 4. $30 \div (-6) = -5$

CERO Y UNO EN LA DIVISIÓN

Cero dividido entre cualquier número distinto de cero es cero.	$\frac{0}{a} = 0, a \neq 0$	porque $0 \cdot a = 0$.
Cualquier número distinto de cero dividido entre sí mismo es 1.	$\frac{a}{a} = 1, a \neq 0$	porque $1 \cdot a = a$.
Cualquier número dividido entre 1 es el mismo número.	$\frac{a}{1} = a$	porque $a \cdot 1 = a$.
La división entre cero no está definida.	$\frac{4}{0} = ?$	$? \times 0 = 4$ No hay un número cuyo producto con cero sea 4.

EJEMPLOS

1. $\frac{0}{7} = 0$ 2. $\frac{-2}{-2} = 1$

3. $\frac{-9}{1} = -9$ 4. $\frac{8}{0}$ no está definida.

Actividades de aprendizaje multiplicación:

(+5) · (-3) · (-2) =

(-15) · (-2) = 30

Primero multiplicas dos factores.
El resultado de esa multiplicación, lo multiplicas por el factor que falta.
No olvides las reglas de los signos.

Multiplica

a) -17 x 8 =

b) (2) (-5) (-9) (3)=

c) -9 (-1) =

Respuestas: a) -136 b) 270 c) 9

- **Los signos son diferentes. El producto es negativo.**
- **Para multiplicar más de dos números, multiplica los dos primeros. Después multiplica el producto por el tercer número. Continúa hasta que hayas multiplicado todos los números.**

Actividades de aprendizaje división:

Divide

a) 126 ÷5 =

b) -3 3)27

c) -45 ÷ - 15

DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS. REGLA DE LOS SIGNOS

Para hallar el cociente exacto de dos números enteros se dividen sus valores absolutos; si el dividendo y el divisor tienen igual signo, el cociente es positivo, y si el dividendo y el divisor tienen distinto signo, el cociente es negativo.

Regla de los signos
+ entre + ⟶ +
- entre - ⟶ +
+ entre - ⟶ -
- entre + ⟶ -

Ejemplos:

(+12) : (+3) = +4 (-12) : (-3) = +4

(+12) : (-3) = - 4 (-12) : (+3) = -4

Observa el siguiente ejemplo:

Si 3 x 7 =21, entonces 21 ÷ 7 =3 y 21 ÷ 3 = 7 (La división es la operación opuesta de la multiplicación).

a. ¿Cuál es el cociente de (- 45) ÷ 9? Comprueba con la multiplicación.

b. ¿Cuál es el cociente de -60 ÷ (-4)? Comprueba con la multiplicación.

Completa la tabla escribiendo el signo correspondiente:

Dividendo	**Divisor**	**Cociente**
	+	**+**
+		**-**
-		**-**
-	**-**	

Ejercicio de Ejemplo adicional

Instrucciones: En cada ejercicio determina si los signos son iguales o diferentes, ¿Cuál operación vas a utilizar? ¿Cuál signo lleva el resultado? y resuélvelos.

Ejercicio	**Signos (iguales o diferentes)**	**Multiplicación o División**	**Signo del resultado**	**Resolverlo**
1) 4×9	Iguales	Multiplicas	Positivo	$4 \times 9 = 36$

2) $15 \div (-3)$	Diferentes	Divides	Negativo	$15 \div (-3) = -5$
3) $({}^{-}21)(8)$	Diferentes	Multiplicas	Negativo	$({}^{-}21)(8) = -168$
4) $(-11) \div (-11)$	Iguales	Divides	Positivo	$(-11) \div (-11) = 1$
5) $-7 \times (-12)$	Iguales	Multiplicas	Positivo	$-7 \times (-12) = 84$
6) $\frac{81}{-9}$	Diferentes	Divides	Negativo	$\frac{81}{-9}$

Actividades de aprendizaje:

a. (-5) [(-2) – (6)] = b .(7) [(-4) + (2)] = c. (-15) (3) (0)=

Práctica 1

Resuelve cada ejercicio adecuadamente teniendo en cuenta la regla de signos. Si tienes duda, repasa los ejemplos que se han dado para una mayor comprensión de lo que tienes que hacer.

1) $14 \div 7 =$
2) $-2 \times 25 =$
3) $({}^{-}44) \div ({}^{-}11) =$
4) $-100 \times 5=$
5) $(-14)(3) =$
6) $\frac{-36}{-6} =$
7) $-3 \times 12 =$
8) $43 \times 0 =$
9) $55 \div 5 =$
10) $8 \times (-8) =$
11) $-48 \div (-12) =$
12) $-11 \times 6 =$
13) $64 \div (-8) =$
14) $12 \times ({}^{-}12) =$
15) $60 \div 12 =$
16) $\frac{-49}{7} =$

Práctica 2

Instrucciones: En cada ejercicio determina si los signos son iguales o diferentes, ¿Cuál operación vas a utilizar? ¿Cuál signo lleva el resultado? y resuélvelos.

Ejercicio	Signos (iguales o diferentes)	Multiplicación o División	Signo del resultado	Resolverlo
1) 5×8				
2) $42 \div (-7)$				
3) $({}^{-}11)(9)$				
4) $(12) \div (-12)$				
5) $-8 \times (-14)$				
6) $\frac{100}{-4}$				

Lección 6. Propiedades de la multiplicación

i. Propiedad Conmutativa de la Multiplicación

Al cambiar el orden de los factores, el producto no varía. Esto quiere decir que podemos multiplicar los números en el orden que queramos sin que el resultado se vea afectado.

$$\underbrace{(+3)\cdot(-2)}_{-6} = \underbrace{(-2)\cdot(+3)}_{-6}$$

ii. Propiedad Asociativa de la Multiplicación

La multiplicación de varios números enteros no depende de la forma en que se asocien. Es decir, cuando haya solamente multiplicaciones podemos empezar a multiplicar los factores en el orden que queramos y el resultado multiplicarlo por el resto de los factores

$$\underbrace{\underbrace{[(+3)\cdot(-2)]}_{(-6)}\cdot\underbrace{(-5)}_{(-5)}}_{(+30)} = \underbrace{\underbrace{(+3)}_{(+3)}\cdot\underbrace{[(-2)\cdot(-5)]}_{(+10)}}_{(+30)}$$

$$(+30) \longleftrightarrow (+30)$$

iii. Elemento neutro de la Multiplicación

El elemento neutro para el producto es el (+1). Esto significa que si multiplicamos cualquier número entero por (+1), el resultado va a ser el mismo número entero.

$$\boxed{a \cdot (+1) = a}$$

Ejemplos: (-5) · (+1) = -5

(+1) · (-5) = -5

iv. Propiedad Distributiva

La propiedad distributiva permite transformar productos en suma o restas.

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$$

Ejemplos:

Propiedad distributiva aplicada a una suma

$$(+3) \cdot [(-2) + (+1)] = (+3) \cdot (-2) + (+3) \cdot (+1)$$

= *- 6 +3*

= *-3*

Propiedad distributiva aplicada a la resta

$$(+3) \cdot [(-2) - (+1)] = (+3) \cdot (-2) - (+3) \cdot (+1)$$

Unidad 1: Números Racionales

Claves de respuesta:

Actividades de aprendizaje multiplicación:

Respuestas: a) 25 r 1 b) -9 c) 3

Actividades de aprendizaje división:

Respuestas: a) -5, dado que -5(9) = -45 b) 15, dado que 15(-4) = -60

Completa la tabla escribiendo el signo correspondiente:

Respuestas: (+ - + +)

Ejercicio de Ejemplo adicional

Respuestas:

a) 40
b) -14
c) 0

Banco de Tareas, Asignaciones y Evaluaciones

#1 Suma de Enteros

1) Resuelve las siguientes **sumas de Números Enteros**

a) (5) + (9) = ____________
b) (–5) + (9) = ____________
c) (5) + (–9) = ____________
d) (–5) + (–9) = ____________

e) (21) + (49) = ____________
f) (21) + (–49) = ____________
g) (–21) + (49) = ____________
h) (–21) + (–49) = ____________

i) (8) + (11) = ____________
j) (8) + (–11) = ____________
k) (–8) + (11) = ____________
l) (–8) + (–11) = ____________

m) (15) + (63) = ____________
ñ) (15) + (–63) = ____________
p) (–15) + (63) = ____________
q) (–15) + (–63) = ____________

r) (12) + (17) = ____________
s) (12) + (–17) = ____________
t) (–12) + (17) = ____________
u) (–12) + (–17) = ____________

v) (18) + (107) = ____________
w) (18) + (–107) = ____________
y) (–18) + (107) = ____________
z) (–18) + (–107) = ____________

 # 2 - Realiza las siguientes restas de Números Enteros

$2 - 8 =$ ____
$12 - {}^{-}3 =$ ____
$0 - {}^{-}5 =$ ____
${}^{-}4 - 0 =$ ____
$9 - {}^{-}5 =$ ____
${}^{-}4 - {}^{-}6 =$ ____
${}^{-}3 - {}^{-}3 =$ ____
${}^{-}20 - {}^{-}10 =$ ____

${}^{-}6 - 7 =$ ____
${}^{-}4 - {}^{-}9 =$ ____
$2 - {}^{-}8 =$ ____
$10 - 16 =$ ____
$15 - 20 =$ ____
$9 - {}^{-}9 =$ ____
${}^{-}7 - 9 =$ ____
${}^{-}6 - {}^{-}5 =$ ____

 # 3 - Halla los productos

1. $5 \cdot {}^{-}3$	2. ${}^{-}4 \cdot {}^{-}9$	3. $7 \cdot 3$	4. ${}^{-}10 \cdot 8$
5. $9 \cdot {}^{-}1$	6. $0 \cdot {}^{-}5$	7. ${}^{-}6 \cdot {}^{-}13$	8. $5 \cdot 4$
9. $-7 \cdot 8$	10. ${}^{-}4 \cdot {}^{-}15$	11. ${}^{-}8 \cdot 6$	12. ${}^{-}12 \cdot {}^{-}20$
13. ${}^{-}9 \cdot {}^{-}7$	14. $12 \cdot {}^{-}5$	15. ${}^{-}1 \cdot {}^{-}13$	16. $7 \cdot {}^{-}30$

#4 - Halla los cocientes

1. $\frac{12}{{}^{-}3}$	2. $\frac{{}^{-}15}{{}^{-}3}$	3. $\frac{45}{9}$	4. $\frac{{}^{-}24}{8}$
5. $\frac{{}^{-}20}{2}$	6. $\frac{50}{{}^{-}5}$	7. $\frac{{}^{-}52}{{}^{-}4}$	8. $\frac{64}{8}$
9. $\frac{56}{{}^{-}7}$	10. $\frac{12}{{}^{-}1}$	11. $\frac{{}^{-}60}{12}$	12. $\frac{{}^{-}80}{{}^{-}16}$
13. $\frac{{}^{-}27}{{}^{-}9}$	14. $\frac{28}{{}^{-}4}$	15. $\frac{{}^{-}25}{5}$	16. $\frac{{}^{-}18}{{}^{-}6}$

 # 5 – Solucionar problemas con Números Enteros

Lee cada problema, analiza cada situación. Aplica las destrezas estudiadas y utiliza diagramas, rectas numéricas, fichas, etc. para llegar a la solución correcta.

a) Un equipo de futbol americano gano 4 yardas en una jugada y perdió 9 yardas en la siguiente jugada. Expresa esta situación como una suma de números enteros y halla la suma.

b) Si pasas de una altura de 750 m a una altura de -175 m, ¿Cuál es el cambio en la altura? Expresa esta situación como una resta de números enteros y halla el cambio en la altura.

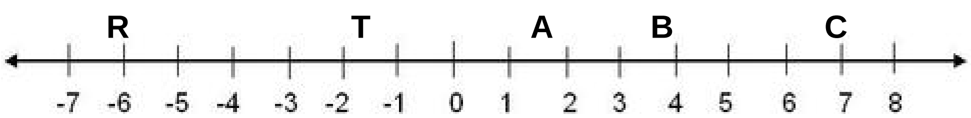
c) Una cadena de restaurantes tiene un saldo promedio de ganancia-perdida equivalente a - 410 dólares por cada uno de 6 restaurantes. Expresa esta situación como una multiplicación de números enteros, después halla el saldo total de ganancia-perdida de los 6 restaurantes combinados.

d) La temperatura cambio -20 grados de Celsius en 10 horas. Expresa esta situación como una división de números enteros, después halla el cambio promedio en la temperatura por hora.

Banco de Evaluaciones

Evaluación #1 - Introducción a los Números Enteros, comparar y ordenar, valor absoluto

Usa la siguiente recta para contestar los ejercicios 1, 2, 3 y 4



1. ¿Cuál es la distancia de…

a. A a C _______

b. B a C _______

c. T a B _______

d. T a R _______

2. ¿Cuál es la coordenada del punto C? _____ ¿Y la de T? _____

3. ¿A qué distancia de cero está cada uno de los siguientes números?

a. 8 ______

b. -6 ______

4. De 5 y -7,

a. ¿cuál es mayor? ___________

b. ¿cuál tiene el valor absoluto mayor? ____________

Selecciona la alternativa correcta en los ejercicios 5 y 6

5. El valor absoluto de un número es la distancia desde_______________.

a. el número hasta cero

b. el número hasta su opuesto

c. el número hasta su recíproco

6. El símbolo para el valor absoluto es________.

a. $[x]$
b. $\{x\}$
c. $|x|$
d. $\sqrt{x}$

7. ¿Cuál es la respuesta negativa?

a. 7 – 2

b. 8 – 8

c. 3 – 5

d. x – x

8. Escribe en palabras los siguientes numerales

a. 7 ____________________________

b. -8 ____________________________

c. +3 ____________________________

9. Dibuja una recta y localiza el punto correspondiente a cada uno de los siguientes

números: 2, -3 y 0.

10. ¿Cuál es el conjunto de números enteros?

a. . . .-3,-2,-1,0,1,2,3. . .

b. . . .-2,-1½,-1,-½,0,½,1. . .

c. . . .-3,-2,-1,0,1,2,3. . .

d. solo los números que son pares

11. Dado $\{20,\ 100,\ 0,\ -5,\ -74,\ 36,\ +50\}$. ¿Cuáles elementos son?

a. enteros positivos _______________

b. enteros negativos _______________

c. enteros no positivos _____________

d. enteros no negativos ____________

12. ¿Cuál es el opuesto de . . .?

a. -5 _____

b. 8 _____

c. 0 _____

13. Escribe en símbolos:

a. tres es menor que diez _______________

b. positivo dos es mayor que negativo cinco _______________

c. negativo seis es mayor o igual que negativo doce ______________

d. negativo tres es menor que cero ______________

14. Escribe en palabras

a. 4 > 2 ____

b. -2 > 1 ____

c. 3 ≤ 3 ____

15. ¿Cuál de los siguientes es cierto?

a. 4 < 3

b. -2 > 8

c. -2 < -5

d. -9 ≥ -12

16. ¿Cómo lee cada una de las siguientes expresiones?

a. $-(-2)$

b. $|5|$

c. $|-12|$

d. - $|6|$

e. - $|-3|$

17. Determina:

a. $|8|$

b. $|-5|$

c. - $|9|$

d. - $|-7|$

18. ¿Cuál de los siguientes es falso?

a. $|5| = 5$

b. $|-3| > 1$

c. $|5| < |-6|$

d. $|-2| \neq 2$

e. $|-22| > |-15|$

Evaluación 2 - El opuesto, suma de enteros, aplica la suma

Haz la prueba: Indica cuál es el opuesto de cada número.

a. -11_____ b. 32______ c. 7______ d. -9_____

Haz la prueba: Realiza la suma. Usa fichas o dibuja un diagrama para ayudarte.

e. -5 + (-4) = _____ f. 5 + 3 =______ g. -2 + 7 =______ h. 8 + (-9) =_____

i. -7 + 2 = _____ j. -3 + (-7) =______ k. 6 + -8 =______ l. 4 + (-1) =_____

Aplica la suma de enteros.

La temperatura esta mañana en Canadá estaba a -2°F. Luego la temperatura subió 8 °F al mediodía. Halla cuánto fue la temperatura durante el mediodía.

Evaluación 3 - Suma de Enteros y solución de problemas

I. Resuelve cada ejercicio utilizando las reglas de suma de enteros.

1) $-5 + 12 =$ ________

2) $128 + (-18) =$ ________

3) $-50 + (-25) =$ ________

4) $-96 + 32 =$ ________

5) $128 + (-6) + (-4) =$ ________

6) $12 + (-4) + (-8) =$ ________

7) $-72 + (-8) + (-6) =$ ________

8) $90 + 12 + (-12) =$ ________

9) $63 + (-9) + 3 =$ ________

10) $12 + (-4) + (-12) =$ ________

II. Establece una expresión numérica para cada ejercicio y luego resuélvela.

a. Marta pesa 119 libras, bajó 2 libras la semana pasada y esta semana aumentó 3.

b. Juan utilizó su tarjeta de débito para comprar un videojuego por $45.95. En su cuenta de ahorro tenía $250 antes de la compra. Después de la compra depositó $25. ¿Cuánto dinero le queda ahora en la cuenta?

Evaluación 4- Resta de Números Enteros y solución de problemas

I. Resuelve cada ejercicio utilizando las reglas de enteros.

1) $-72 - 8 =$ ___________

2) $62 - 6 =$ ___________

3) $-19 - (-6) =$ ___________

4) $128 - (-2) =$ ___________

5) $-256 - 360 =$ ___________

6) $240 - 18 - (-2) =$ ___________

7) $-273 - 125 =$ ___________

8) $-8 - (-3) - 2 =$ ___________

9) $12 - 25 =$ ___________

10) $72 - 94 =$ ___________

II. Escribe una expresión numérica para cada situación y resuélvela.

a. Juan pesa 189 libras con la dieta que está llevando. Perderá 5 libras la primera semana, 6 libras la segunda, y 7 libras la tercera. ¿Cuánto pesará al cabo de tres semanas?

b. Marta gastó parte de su cheque en compras: pagó $49.95 por un pantalón, $60.45 por unos tenis y $24.95 por una camisa. Si su cheque era de $200, ¿cuánto le sobró?
En su cuenta de ahorro tenía $250 antes de la compra. Después de la compra depositó $25. ¿Cuánto dinero le queda ahora en la cuenta?

Evaluación 5 – Valor Absoluto

I. Busca el valor absoluto de cada ejercicio.

1) $|-6| =$ ______
2) $|-3| =$ ______
3) $|7| =$ ______
4) $|1| =$ _____
5) $|-6| =$ ______

II. Resuelve cada ejercicio con valor absoluto.

1) $|-7 + 5| =$ _______
2) $|6| + |-5| =$ ________
3) $|6 + (-5)| =$ _________
4) $|-8.9| =$ ________
5) $|-8| + |-9| =$ _______

III. Ordena cada conjunto de mayor a menor.

1) $5, |6|, |8|, |-1| =$ _________

2) $-3, |-2|, |-6|, |0|, -5 =$ ________

IV. Comparar utilizando <, > o =

1) $|-6|$ _____ $|8|$

2) $|8|$ _____ $|-9|$

3) $|-8|$ ______ $|0|$

4) $|-5|$ _____ $|5|$

5) $|6|$ ______ $|-6|$

6) $-|-6|$ ____ 0

Evaluación 6 – División Números Enteros

I. Resuelve cada ejercicio utilizando las reglas de enteros.

1) $124 \div (-4) =$ __________
2) $-96 \div (-2) =$ ________
3) $-138 \div (-4) =$ _______
4) $245 \div (-5) =$ _______
5) $-90 \div (-15) =$ _______
6) $128 \div (4) =$ _______
7) $64 \div (-5) =$ _______
8) $160 \div (40) =$ _______
9) $127 \div (-4) =$ _______
10) $98 \div (4) =$ _______

II. Resuelve cada ejercicio siguiendo el orden de las operaciones y las reglas de enteros.

1) $\dfrac{-32 \cdot 4}{(2 \cdot 4)}$

2) $\dfrac{-43 \cdot 2}{6 - 2}$

3) $[(12 \cdot 8) + 4 \div (-20)]$

Retos Matemáticos

Reto #1

1) Determina los valores de x que hacen cierto el enunciado.

$$|X| = 6 - |x| = -5$$

2) ¿Cuál es el mayor valor entero para X de manera que x < 0?

3) Determina si la expresión es verdadera o falsa.

a) $|X| = |X|$

b) $|-X| = |X|$

c) $|X| = -|X|$

d) $-|X| = |-X|$

4) Explica cómo se debe ordenar un conjunto de enteros negativos de menor a mayor sin utilizar la recta numérica.

Reto #2

1) Determina cual expresión está correcto y explica tu respuesta.

a) $\frac{10}{-2} = -5$ $\quad\quad$ $\frac{-2}{10} = -5$

b) $\frac{20}{-5} = -4$ $\quad\quad$ $\frac{20}{-5} = 4$

2) Determina si la expresión es verdadera o falsa y explica tu respuesta.

a) $25 \div (-5) = -5 \div 25$

b) $(20 \div 2) \div 25 = 20 \div (2 \div 5)$

c) $-20 \div 10 = 20 \div -10$

Reto #3

1) Determina los valores de x para cada ejercicio.

a) $10\,|x| = 90$

b) $-7\,|x| = -49$

c) $10\,|x + 2| = 60$

2) Determina la respuesta de (8) (-8) (-10) [8 + (-8)] a simple vista.

3) Escribe una expresión numérica para que cada expresión sea verdadera.

a) El producto de tres enteros negativos.

b) El producto de dos enteros negativos y dos enteros positivos.

c) EL producto de cuatro enteros negativos.

d) El producto de cinco enteros negativos.

e) El producto de seis enteros negativos.

4) Explica el patrón al multiplicar entre enteros negativos.

Reto 4

1) Determina ¿cuál ejercicio está correcto? ¿Por qué?

a) $-8 - (-5) = -3$

b) $-8 - (-5) = -13$

2) Determina si es verdadero o falso. Explica tu respuesta.

a) $-5 - 5 = 0$

b) $-5 - (-5) = 0$

3) Escribe una expresión de resta con dos enteros, uno negativo y uno positivo cuyo resultado sea positivo.

4) Explica por qué las siguientes expresiones representan el mismo valor.

a) $10 - (-2)$

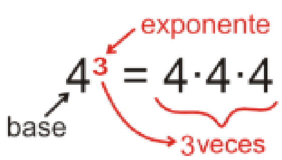
b) $-10 + 2$

Lección 7. Orden de las operaciones

Objetivo:

En esta lección el estudiante aplica el orden correcto de las operaciones para resolver problemas.

Repasemos la notación exponencial para poder aplicar correctamente el orden de operaciones.



El exponente de un número nos indica cuantas veces se ***multiplica*** el número. Ese número que se multiplica se le conoce como la base.

En palabras: 4^3 se puede leer “4 a la tercera potencia”, “4 a la tres” o “4 al cubo”

Cuando el exponente es 2 se le conoce “a la segunda potencia” y también como “al cuadrado”.

Cuando el exponente es 3 se le conoce “a la tercera potencia” y también como “al cubo”.

Observa el siguiente ejemplo:

Desarrolla y resuelve 5^6 .

5^6 significa 5 multiplicado por sí mismo seis veces.

$5^6 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 15,625$

Orden de Operaciones

¿Qué es el orden de operaciones? ¿Cuál es su importancia?

El orden de las operaciones es un conjunto de reglas que nos indica el orden en el cual se tienen que realizar las operaciones matemáticas al resolver cualquier ejercicio. Con estas reglas se asegura que todo el mundo tenga la misma respuesta.

Muchas personas memorizan el orden de operaciones con la palabra **PEMDAS**, donde la P es de paréntesis, la E de exponentes, la M de multiplicación, la D de división, mientras que las últimas dos letras A y S representan las operaciones de suma. La letra A es por la palabra en inglés (*addition*) y en resta la letra S es por la palabra en inglés (*subtraction*).

Cuando tenemos más de una operación de un mismo tipo, trabajamos de izquierda a derecha.

Ejemplo 1

Evalúa $6 \times 4 + 2 \times 3$.

No hay paréntesis o exponentes, así que pasamos directo a la multiplicación y la división.

$6 \times 4 + 2 \times 3$	
$= 6 \times 4 + 2 \times 3$	Multiplica 6 y 4.
$= 24 + 2 \times 3$	Multiplca 2 y 3.
$= 24 + 6$	Suma 24 y 6.
$= 30$	... y ¡terminamos!

Ejemplo 2

Evalúa $6^2 - 2(5+1+3)$.

$6^2 - 2(5+1+3)$	
$= 6^2 - 2(5+1+3)$	Primero suma $5+1+3$ dentro del paréntesis.
$= 6^2 - 2(9)$	Calcula 6^2, que es $6 \cdot 6 = 36$.
$= 36 - 2(9)$	Multiplica 2 y 9.
$= 36 - 18$	Resta 18 de 36.
$= 18$	... y ¡terminamos!

Ejemplo 3

Evalúa $7 - 2 + 3$.

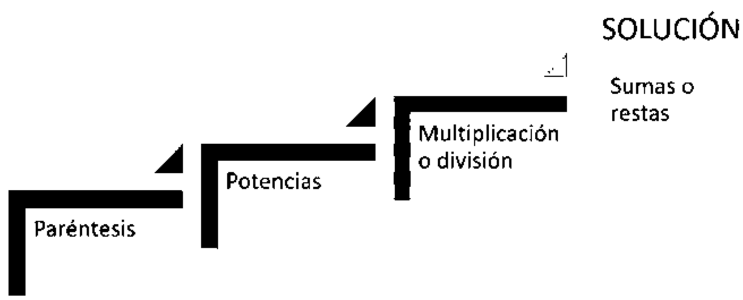
La manera correcta de hacer esto es trabajar de izquierda a derecha.

Correcto	Incorrecto
$7 - 2 + 3$	$7 - 2 + 3$
$= 5 + 3$	$= 7 - 5$
$= 8$	$= 2$

No porque la S (resta) sea la <u>última letra en **PEMDAS** vamos a dejar la resta siempre para lo último. En este ejemplo la resta se realiza primero que la suma debido a que la resta aparece primero que la suma cuando miramos de 1zquierda a derecha.</u>

Se puede presentar el orden de operaciones de varias formas, pero el orden siempre será el mismo, aun cuando estés fuera de Puerto Rico.

PEMDAS
Paréntesis
Exponente
Multiplicación
División
Adicción (Suma)
Sustracción (Resta)



Analiza este ejemplo. Observa cómo se va trabajando el orden operacional. Podemos ir tachando los números que ya hemos trabajado, eso nos será de gran ayuda para evitar errores.

PEMDAS
Comenzaremos por el paréntesis.
Dentro del paréntesis también se aplica el orden.
Aún tenemos un paréntesis, seguimos trabajando.
Ahora trabajamos las multiplicaciones.
Trabajamos la suma, ya que está primero desde la Izquierda.
Finalmente nos queda la resta.

$$7 \times 2 + (7 + 3 \times (-2)) - 4 \times 2$$
$$7 \times 2 + (7 + 3 \times (-2)) - 4 \times 2$$
$$7 \times 2 + (7 + (-6)) - 4 \times 2$$
$$7 \times 2 + 1 - 4 \times 2$$
$$14 + 1 - 8$$
$$15 - 8$$
$$7$$

Actividades de aprendizaje : Orden de Operaciones

a) $10 \times (-9 + (-6))$

b) $10 - 9 \times 5 + 6 \times (-2)$

c) $1 \times (-4) - 8 \times \frac{9}{-3}$

$\frac{9}{-3}$ es lo mismo que dividir $9 \div -3$

Banco de tareas y evaluaciones – Orden de operaciones

1

Resuelve los ejercicios aplicando correctamente el **orden de operaciones**, muestra todos los pasos ordenadamente.

1. $14 \bullet 8 + 6$	2. $17 - 12 \div 3$	3. $24 + 3 \bullet 5 - 15$
4. $5 \bullet (14 + 6) + 4$	5. $19 + 45 \div 3 - 3 \bullet 2$	6. $7 + (25 - 15) - 4^2$
7. $40 \div 5 \bullet 2$	8. $2^3 + 10 - 4 \div 4 + 3^2$	9. $13 - (3 + 5) \div 4$

#2

1) $-2 - (-3) + (-10) -2 -5 (-5)$

2) $(-4) \text{ X } (4 + 4 - (6-(-10))$

3) $6 - (-4-(-8) +8) - 4$

4) $(-1) \div (3 - 2) \text{ x } 2 \text{ X } 3$

5) $(-1)^6 \text{ X } (3 \text{ X } 1 - 6)$

6) $(-1)^2 - (-2) - 4 - 6$

7) $4 + (1 \text{ x } (-1) +5 + (-5)$

#3

1) $(-10 \div 10)^2 \text{ X } 5$

2) $-10 + 2^3 - 8$

3) $9 + (-7) - (5 - 2)$

4) $-10 + 7 - (1)^2$

5) $(-2) \text{ x } 1 - (-2)^4$

6) $-4 + 4 \div 2 - (-2)$

7) $(-1 - (-1)) \div 9 \times (-9)$

8) $(-10 \div 10)^6 + (-10)$

9) $6 \times 3 \div 9 \times 1$

Lección 8. Estimación

Objetivo:

En esta lección el estudiante aplica la estimación de números enteros en la solución de problemas.

¿Qué es estimar? ¿Cuál es su importancia?

Estimar lo podemos asociar con aproximar. Usando la estimación podemos hacer conjeturas que sean lo más precisas posibles. La estimación siempre ha sido utilizada en el diario vivir, por ejemplo: cuando se hacen aproximaciones de cuántas bolsas de cemento necesito para hacer un Proyecto, antes de ir al supermercado aproximo si la cantidad de dinero me dará para la compra que necesito, las empleadas del comedor aproximan cuantas libras de arroz se necesitan para una cantidad de estudiantes. Si aprendes a estimar podrás ahorrar tiempo al realizar cálculos en situaciones en donde no necesitas conocer un número exacto. La estimación es un valor muy cercano al valor real.

Reglas para redondear enteros

1. Identifica el dígito con el valor posicional al que quieres redondea. Puedes marcar o encerrar en un círculo ese número para que no te pierdas.
2. Observa el dígito que está a la derecha de ese número que marcaste.

   Si ese dígito es mayor que 5 – redondea hacia arriba.

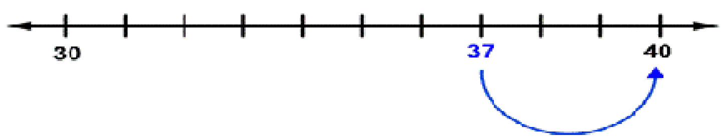
   Si ese dígito es menor que 5 – redondea hacia abajo.

Ejemplo 1

Problema **Una cámara se cae de un bote y se hunde al fondo de una laguna que tiene 37 pies de profundidad. Redondea 37 a la decena más cercana**

37

El dígito al que estás redondeando es el dígito de las decenas, 3.



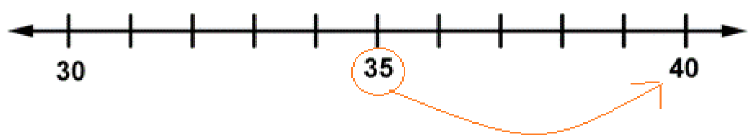
37 está entre 30 y 40
37 está a sólo 3 de 40, y a 7 de 30.

Entonces, 37 está más cerca de 40.

Respuesta A la decena más cercana, 37 se redondea a 40.

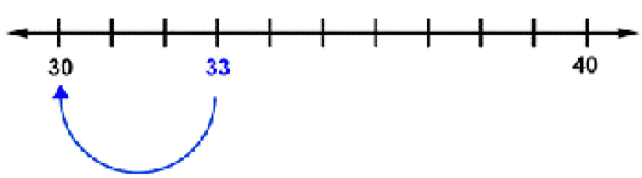
¿Qué hacemos si un número está exactamente a la mitad entre dos números posibles?

Cuando esto sucede, se redondea al número mayor.



Ejemplo 2

Redondear 33 a la decena más cercana



3<u>3</u> → 30, porque 33 está más cerca de 30.

Respuesta A la decena más cercana, 33 se redondea a 30.

Puedes redondear sin el uso de la recta numérica si sigues estas reglas:

1. Identifica el dígito con el valor posicional al que quieres redondear. Puedes marcar o encerrar en un círculo ese número para que no te pierdas.
2. Observa el dígito que está a la derecha de ese número que marcaste.
   Si ese dígito es mayor que 5 – súmale 1 al que quieres redondear. Todos los dígitos a su derecha se convierten en 0.
3. Si ese dígito es menor que 5 – el que quieres redondear se quedará igual.
   Todos a su derecha se convierten en 0.

Ejemplo 3 – Redondea a la centena más cercana

62,348 ➡ 62,**3**48 = 62,300

Ejemplo 4 – Redondea a la centena más cercana

12,365 ➡ 12,**3**65 = 12,400

Ejemplo 5 - Un atleta corrió 1,539 metros, pero describe la distancia Como un número redondeado. Redondea 1.539 a la centena más cercana.

1, 5 <u>3</u> 9 a la derecha de la centena hay un número menor que 5, por lo tanto, la centena se queda igual y los números que le siguen los convertimos a cero

La solución: 1,539 redondeado a la centena más cercana es 1,500

Actividad de aprendizaje: Estimar números enteros

La altura de un avión aumentó 2,721 pies. Redondea este número a su millar más cercano.

Ejemplo 6: En una actividad para celebrar el aniversario de la compañía se

2, 560 botellas de jugo y 3,429 botellas de agua. ¿Aproximadamente cuántas botellas se sirvieron? Calcula la cantidad redondeando a la unidad de millar más cercana.

Estimar cifras decimales

Para estimar las cifras decimales se aplican las mismas reglas que aplican a los números enteros.

Ejemplos	Porque ...
3.1416 redondeado a las centésimas es 3.14	... la cifra siguiente (1) es menor que 5
1.2635 redondeado a las décimas es 1.3	... la cifra siguiente (6) es 5 o más
1.2635 redondeado a 3 cifras decimales es 1.264	... la cifra siguiente (5) es 5 o más

Recuerda las posiciones decimales

Observa

Actividad de Aprendizaje – Estimar cifras decimales

Juliana cumplió años de sus padres, tíos y padrinos recibió $132.75 en total. Ella le dijo a su hermana que quería ir de compras. Las sandalias que le gustan cuestan $27.65 una blusa blanca que necesita para el coro de la iglesia está en venta a $14.39. También comentó que desea comprarse 2 mahones de la marca West uno que cuestan a $42.60 y el otro está en especial a $38.89. Aproximadamente, ¿cuánto dinero le sobrará si compra los artículos que desea? Aproxima la cantidad redondeando a la décima más próxima.

Tarea – Estimar cifras

1. Un número récord de 23,386 personas votaron en las elecciones estatales. Estima este número a la unidad de millar más cercana.

2. Durante el día de hoy las empleadas del comedor escolar contaron la cantidad de estudiantes: 5to grado tiene 65 estudiantes, 6to grado tiene 53 estudiantes y 7mo tiene 55. De esos, 7 no irán al comedor. El comedor tiene suficiente comida para servir a 150 personas. ¿Tiene la cocina suficiente comida para hoy? Estima a la decena más cercana para resolver el problema.

3. Una compañía compró 121 afiches como propaganda de sus productos. El gasto por ello fue de $347.00. Redondea a la centena más próxima para hallar el costo aproximado de cada afiche.

Lección 9. Propiedades de los exponentes

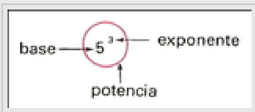
Objetivos:

En esta lección el estudiante conoce y aplica las propiedades de los exponentes en la resolución de problemas.

En esta sección tenemos que aprender el siguiente vocabulario para entender las instrucciones y saber realmente que es lo que me están pidiendo hacer al momento de resolver los ejercicios.

Vocabulario:

potencias



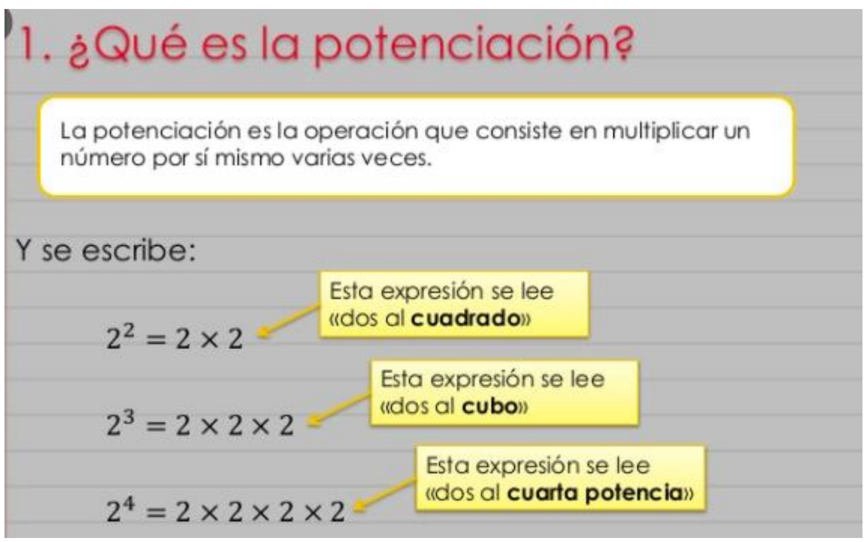
La potenciación es la operación utilizada para escribir el producto de dos o más factores iguales.

La potenciación está formada por tres términos:

1. ***La base***, que es el factor que se repite
2. ***El exponente***, que nos indica el número de veces que se repite el factor.
3. ***La potencia***, que es el resultado de resolver la multiplicación.

Veamos el siguiente video:

https://youtu.be/vwzZEB0SzCI



Es importante recordar las propiedades de los exponentes. Repasemos las propiedades.

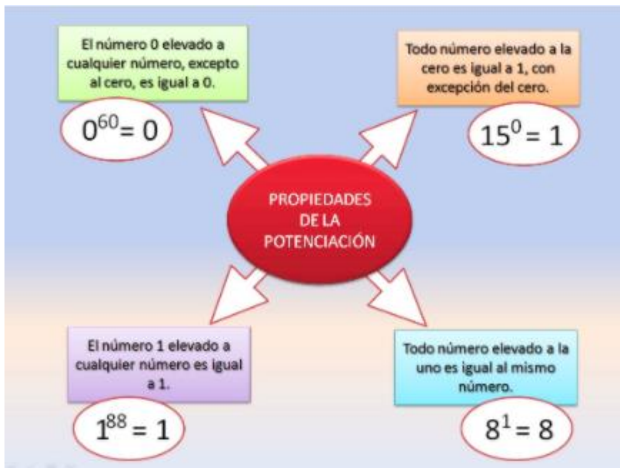
Reglas Simples de Exponentes

Veamos algunas de las reglas básicas de los exponentes.

Cualquier número o variable elevado a la **potencia** de uno es simplemente el mismo número. De la misma forma, cualquier número o variable que no muestre un exponente se le puede considerar un exponente de 1. Abajo hay algunos ejemplos:

$5^1 = 5$	$18 = 18^1$	$x^1 = x$	$xy = x^1y^1$

Otra regla de los exponentes es que cualquier número distinto de cero o variable elevado a la potencia de 0 es igual a 1. = 1 para $x \neq 0$.



Veamos algunos ejemplos:

Ejemplos:

- Potencia *4 elevado a 2* ó *4 al cuadrado*:

$$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$$

Base: 4. **Exponente:** 2.

- Potencia *3 elevado a 3* ó *3 al cubo*:

$$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

Base: 3. **Exponente:** 3.

- Potencia *2 elevado a 4* ó *2 a la cuarta*:

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

Base: 2. **Exponente:** 4.

- Potencia *-3 elevado a 2* ó *-3 al cuadrado*:

$$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$$

Base: -3. **Exponente:** 2.

Veamos las propiedades básicas de las potencias (no incluimos las de las potencias que representan raíces, es decir, las que tienen una fracción en el exponente):

Producto

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Potencia

$$\left(a^b\right)^c = a^{b \cdot c}$$

Cociente

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Exponente negativo

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

Inverso

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

Inverso

$$\frac{1}{a^{-1}} = a$$

Nota: a la hora de aplicar las propiedades del producto y del cociente de potencias, no olvidemos que las bases de las potencias tienen que ser **iguales**.

En la propiedad del producto si las bases son iguales los exponentes se suman.

Ejercicio 1

Calcular la potencia *dos elevado a cinco*:

$$2^5$$

Solución

La base es 2 y el exponente es 5.

Aplicamos la definición de potencia, es decir, **multiplicamos** la base, 2, por sí misma tantas veces como indica el exponente, 5:

$$2^5 =$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$$

$$= 32$$

Ejercicio 2

Calcular las siguientes potencias:

$$(-2)^4, \quad 2^4, \quad -2^4$$

Solución

$(-2)^4$

La base es negativa, pero como el exponente es par, el resultado es positivo:

$$(-2)^4 =$$

$$= (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) =$$

$$= 16$$

2^4

Como la base es positiva, el resultado es positivo:

$$2^4 =$$

$$= 2\cdot2\cdot2\cdot2 =$$

$$= 16$$

-2^4

Como no hay paréntesis, el signo está fuera de la potencia:

$$-2^4 =$$
$$= -(2\cdot 2\cdot 2\cdot 2) =$$
$$= -16$$

Ejercicio 3

Calcular las siguientes potencias:

$$(-1)^{113}, \quad -1^{112}$$

Solución

Las potencias de -1 son 1 ó -1. El resultado de la primera potencia es -1 porque el exponente es impar:

$$(-1)^{113} = -1$$

El resultado de la segunda potencia es -1 porque, aunque el exponente sea par, el signo negativo no está en la base, sino multiplicando la potencia:

$$-1^{112} = -(1^{112}) = -1$$

La base de la primera potencia es -1 y la de la segunda es 1.

Ejercicio 4

Calcular *0,5 al cuadrado*:

$$0{,}5^2$$

Solución

La base es un número decimal, pero sus potencias se calculan del mismo modo:

$$0{,}5^2 =$$
$$= 0{,}5 \cdot 0{,}5 =$$
$$= 0{,}25$$

Ejercicio 5

Calcular la potencia *dos elevado a menos tres*:

$$2^{-3}$$

Solución

Como el exponente es negativo, primero escribimos la potencia como una fracción: el numerador es 1 y el denominador es la potencia sin el signo negativo del exponente. Luego, calculamos la potencia del denominador:

$$2^{-3} =$$

$$= \frac{1}{2^3} =$$

$$= \frac{1}{8}$$

Ejercicio 6

Calcular la potencia cuyo exponente es *menos tres* y cuya base es la potencia *dos al cuadrado*:

$$(2^2)^{-3}$$

Solución

Tenemos la potencia de una potencia. Por tanto, multiplicamos ambos exponentes y mantenemos la base. No olvidemos el signo negativo del exponente:

$$(2^2)^{-3} =$$

$$= 2^{2\cdot(-3)} =$$

$$= 2^{-6} =$$

$$= \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$$

Hemos escrito la potencia como una fracción para eliminar el signo negativo del exponente.

Ejercicio 7

Calcular el siguiente cociente de potencias con la misma base:

$$\frac{2^3}{2^5}$$

Solución

Como las bases de las potencias son iguales, la regla dice que se restan los exponentes (el del numerador menos el del denominador). Se obtiene un exponente negativo:

$$\frac{2^3}{2^5} =$$

$$= 2^{3-5} = 2^{-2} =$$

$$= \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

Ejercicio 8

Calcular el producto de potencias de 2:

$$2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^{-4}$$

Solución

Como tenemos una multiplicación de potencias con la misma base, sumamos sus exponentes:

$$2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^{-4} =$$

$$= 2^{3+2+(-4)} =$$

$$= 2^{3+2-4} =$$

$$= 2^1 = 2$$

Ejercicio 10

Calcular el producto de potencias:

$$2^2 \cdot 3^3 \cdot 6^{-3}$$

Solución

La base de las tres potencias son distintas, pero el número 6 se puede escribir como un producto: $6 = 2 \cdot 3$. Al hacer este cambio, ya tendremos algunas bases comunes:

$$2^2 \cdot 3^3 \cdot 6^{-3} =$$

$$= 2^2 \cdot 3^3 \cdot (2 \cdot 3)^{-3}$$

Aplicamos la propiedad de la potencia de un producto:

$$2^2 \cdot 3^3 \cdot (2 \cdot 3)^{-3} =$$

$$= 2^2 \cdot 3^3 \cdot 2^{-3} \cdot 3^{-3}$$

Ahora, sumamos los exponentes de las bases comunes:

$$2^2 \cdot 3^3 \cdot 2^{-3} \cdot 3^{-3}$$

$$= 2^{2+(-3)} \cdot 3^{3+(-3)}$$

$$= 2^{2-3} \cdot 3^{3-3}$$

$$= 2^{-1} \cdot 3^0$$

$$= 2^{-1} \cdot 1$$

$$= 2^{-1}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Ejercicio 11

Calcular el cociente de productos de potencias:

$$\frac{2^3 \cdot 3^2}{3^3 \cdot 2}$$

Solución

Como tenemos una división, restamos los exponentes del denominador a las potencias con igual base:

$$\frac{2^3 \cdot 3^2}{3^3 \cdot 2} =$$

$$= 2^{3-1} \cdot 3^{2-3} =$$

$$= 2^2 \cdot 3^{-1} =$$

Ejercicio 11

Calcular el cociente de productos de potencias:

$$\frac{2^3 \cdot 3^2}{3^3 \cdot 2}$$

Solución

Como tenemos una división, restamos los exponentes del denominador a las potencias con igual base:

$$\frac{2^3 \cdot 3^2}{3^3 \cdot 2} =$$

$$= 2^{3-1} \cdot 3^{2-3}$$

$$= 2^2 \cdot 3^{-1}$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{3}$$

$$= \frac{4}{3}$$

Ejercicio 12

Calcular el cociente de potencias:

$$\frac{6^5}{2^5 \cdot 3^3}$$

Solución

Escribimos el 6 como el producto $2 \cdot 3$ y aplicamos la propiedad de la potencia de una producto. Después, restamos los exponentes del denominador:

$$\frac{6^5}{2^5 \cdot 3^3} =$$

$$= \frac{(2 \cdot 3)^5}{2^5 \cdot 3^3} =$$

$$= \frac{2^5 \cdot 3^5}{2^5 \cdot 3^3} =$$

$$= 2^{5-5} \cdot 3^{5-3} =$$

$$= 2^0 \cdot 3^2 =$$

$$= 1 \cdot 9 = 9$$

Ejercicio 13

Calcular la siguiente división de un producto de potencias:

$$\frac{2^3 \cdot 5^4 \cdot 2^{-1} \cdot 5^2}{5^3 \cdot 2^{-2} \cdot 5^3 \cdot 2^4}$$

Solución

Sumamos los exponentes del numerador y restamos los exponentes de los denominadores a las potencias con igual base:

$$\frac{2^3 \cdot 5^4 \cdot 2^{-1} \cdot 5^2}{5^3 \cdot 2^{-2} \cdot 5^3 \cdot 2^4} =$$

$$= 2^{3+(-1)-(-2)-4} . 5^{4+2-3-3} =$$

$$= 2^{3-1+2-4} \cdot 5^0 =$$

$$= 2^0 \cdot 5^0 = 1 \cdot 1 = 1$$

Ejercicio 14

Calcular las siguientes operaciones entre potencias con bases distintas:

$$\frac{2^4 \cdot 3^4}{6^2}$$

Solución

Tenemos un producto de potencias en el numerador (bases 2 y 3) y una potencia con base 6 en el denominador, pero no podemos aplicar las propiedades porque **las bases son distintas** (2, 3 y 6).

Para poder aplicar las propiedades, escribimos el número 6 como la potencia $2 \cdot 3$ porque, de este modo, tendremos algunas bases comunes:

$$\frac{2^4 \cdot 3^4}{6^2} =$$

$$= \frac{2^4 \cdot 3^4}{(2 \cdot 3)^2} =$$

$$= \frac{2^4 \cdot 3^4}{2^2 \cdot 3^2}$$

Hemos aplicado la potencia de un producto.

Ahora, restamos los exponentes de las bases comunes:

$$\frac{2^4 \cdot 3^4}{2^2 \cdot 3^2} =$$

$$= \frac{2^4}{2^2} \cdot \frac{3^4}{3^2} =$$

$$= 2^{4-2} \cdot 3^{4-2} =$$

$$= 2^2 \cdot 3^2 =$$

$$= 4 \cdot 9 = 36$$

Ejercicio 15

Calcular las siguientes potencias negativas cuyas bases son fracciones:

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{-1}, \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

Solución

El exponente negativo -1 es el inverso de la base. En el caso de una fracción, su inverso se calcula cambiando numerador por denominador:

Primera potencia:

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{5}$$

Segunda potencia:

Podemos ver la potencia como la potencia de una potencia (el cubo del inverso):

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right)^{3} =$$

$$= (2)^3 = 8$$

Ejercicio 16

$$\left(\frac{2}{3^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2^2}{3^3}\right)$$

Solución

Primero podemos eliminar el signo negativo del exponente de la primera potencia escribiendo la inversa de la fracción. Después, aplicamos las propiedades del producto, cociente y potencia de una potencia.

$$\left(\frac{2}{3^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2^2}{3^3}\right) =$$

$$= \left(\frac{3^2}{2}\right)^{2} \cdot \left(\frac{2^2}{3^3}\right) =$$

$$= \frac{3^{2\cdot 2}}{2^2} \cdot \frac{2^2}{3^3} =$$

$$= \frac{3^4}{2^2} \cdot \frac{2^2}{3^3} =$$

$$= \frac{3^4}{3^3} \cdot \frac{2^2}{2^2} =$$

$$= 3^{4-3} \cdot 2^{2-2} =$$

$$= 3^1 \cdot 2^0 =$$

$$= 3 \cdot 1 = 3$$

Práctica

Aplica la ley de exponentes y expresa el resultado con exponentes positivos.

1) $hs \cdot 6h^{-5}s^{-2}$

2) $\frac{8z^{-3}}{7z^{5}}$

3) $yb \cdot 3y^{3}b^{6}$

4) $7 \cdot 7^{-2}$

5) $\frac{sr}{9s^{6}r^{2}}$

6) $\frac{2s^{-2}}{7s}$

7) $r \cdot r^{6}$

8) $\frac{3^{6}}{3}$

9) $9d \cdot 6d^{-2}$

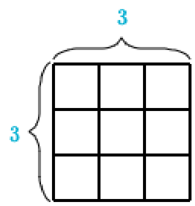
10) $2 \cdot 2^{5}$

11) $\frac{g}{g^{5}}$

12) $\frac{8n^{-6}z^{-2}}{5nz^{-5}}$

Conexión con un cuadrado

Encontrar 3^2 (se lee como "tres al cuadrado") es lo mismo que encontrar el área de un cuadrado con una longitud de lado de 3:



$$\text{Área} = 3^2 = 3 \times 3 = 9$$

Simplificar potencias con bases racionales y exponentes enteros

Pero, ¿qué pasa cuando mi base en vez de ser un número entero es un racional?

Veamos el siguiente video:

https://youtu.be/ACTncNWBPBM

En el video vemos cómo se resuelve una potencia cuya base es un número racional (en este caso una fracción). Recuerda que lo que hacemos es tomar por separados el numerador y denominador y multiplicarlos por ellos mismos la cantidad de veces que dice el exponente.

Si tengo $\frac{3^2}{2^4}$; primero trabajo el numerador 3^2 que sería 3• 3 y al multiplicar daría a 9 y luego trabajamos el denominador 2^4, 2 • 2 • 2 • 2 = 16; ahora escribimos nuestro resultado $\frac{9}{16}$.

Veamos otro ejemplo:

EXPONENTE

POTENCIA

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3=\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{2\,x\,2\,x\,2}{3\,x\,3\,x\,3}=\frac{8}{27}$$

BASE

Recordemos:

Al

<u>Potencias de base racional y exponente natural</u>

Las potencias de base racional son potencias que tienen como base a una fracción y como exponente a un número natural.

Si $\frac{a}{b}$ es un número racional y n un número natural distinto de cero, la potencia $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ se define como un producto de n factores iguales a $\frac{a}{b}$.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ldots\cdot\frac{a}{b}$$

Ejemplo: $\left(\frac{2}{3}\right)^5=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}$

<u>Si la base es positiva</u>

Si la base es positiva, el signo de la potencia siempre es positivo

Por ejemplo: $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

<u>Si la base es negativa</u>

Si la base es negativa, el signo de la potencia dependerá del exponente:

- Si la base es negativa y el exponente es par, el signo de la potencia siempre va a ser positivo.

Por ejemplo: $\left(\frac{-1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

- Si la base es negativa y el exponente es impar, el signo de la potencia siempre va a ser negativo.

Igual que en las bases enteras si el exponente es 0 el resultado es 1 y si el exponente es 1 el resultado es la misma base.

Ejercicios de práctica:

Evalúa las siguientes potencias

1. $\left(\frac{4}{5}\right)^3$ 3. 5^2 5. $\left(\frac{1}{3}\right)^3$ 7. $(-4)^3$

2. $\left(\frac{7}{9}\right)^2$ 4. -3^3 6. $\left(\frac{1}{4}\right)^4$ 8. $-\left(\frac{1}{2}\right)^3$

Más práctica

https://www.lavc.edu/math/library/math113_114_115/Worksheets/expruleneg.pdf

Claves de respuesta:

Actividad de aprendizaje: Estimar números enteros

2,560 jugo	2, 5 6 0 el de la derecha es 5, se suma 1	3,000	Se suma para calcular el total aproximado 6,000
3, 429 agua	3, 4 2 9 el de la derecha es 4, se queda igual	3,000	

Respuesta: se sirvieron aproximadamente un total de 6,000 botellas

Unidad 2: Razón, proporción y por ciento

Estándar: Numeración y operaciones

7.N.4.1, 7.N.4.2, 7.N.4.3, 7.N.4.4

Al finalizar las lecciones 10 y 11 el estudiante estará preparado para:

1. Determinar la razón entre cantidades.
2. Establecer proporciones.
3. Determinar si dos razones forman una proporción.
4. Establecer una ecuación porcentual.
5. Calcular el porcentaje de cambio.
6. Calcular el por ciento de un número, la cantidad total dado un porcentaje y establecer el costo de un artículo dado el precio neto y el impuesto.

Lección 10. Razones y proporciones

Razón

En matemáticas una razón es la comparación de dos cantidades, por medio de división o cociente. La razón entre a y b, cuando b es un número, a/b o a : b y se lee « a es a b » Por ejemplo, la razón entre 6 y 5 se escribe: 6/5 o 6 : 5 y se lee « seis es a cinco ».
En una razón escrita como fracción: El denominador debe ser distinto de cero El denominador recibe el nombre de consecuente El numerador recibe el nombre de antecedente a/ b, $b \neq 0$.

¿Cómo calculamos una razón?

Calcular una razón, significa determinar el valor de esta, el que se establece haciendo la división entre el antecedente y el consecuente.

Ejemplos:

a) El valor de la razón entre 1 y 2 es:

   ½ →1:2=0.5

b) El valor de la razón de 100 a 50 es:

100/50 →100:50= 2

c) Para tratar el resfriado de un bebé, deben dársele dos gotas de un jarabe "x", por cada kilogramo de peso. ¿cuántas gotas del jarabe "x" se le deben suministrar a un bebé que pesa 3kg, 5kg, 10kg, 12kg?

Solución: Para resolver esto es conveniente hacer una tabla:

Cantidad de gotas	Peso
	3kg
	5kg
	10kg
	12kg

La razón establecida es de gotas/ peso. Sería 2/un kilogramo de peso. Al organizar los datos en las tablas, estamos estableciendo relaciones de comparación entre dos números o dos magnitudes. Esta comparación nos permite responder las preguntas formuladas anteriormente. Según la tabla, a un bebé d 3 kg de peso le deben suministrar 6 gotas del jarabe, a uno de 5kg de peso le deben dar 10 gotas y así sucesivamente.

Esta situación podemos interpretarla como que la razón entre el número de gotas de jarabe y el número de kilogramos es 6 a 3, que también podemos escribir así: 6/3. Si hacemos las respectivas divisiones entre número de gotas de jarabe y kg de peso, tendríamos: 6/3, 10/5, 20/10, 24/12. Observemos como diferentes divisiones indicadas dan como resultado el mismo cociente. Se dice que estas divisiones indicadas presentan la misma razón: Por lo que podemos decir que son expresiones equivalentes a la razón.

Actividades:

a. Si en un salón hay 25 estudiantes de los cuales 12 son varones ¿cuál es la razón de varones a hembras?

b. En una manada de caballos hay 50 caballos de los cuales 38 son blancos y los demás negros ¿Cuál es la razón de caballos negros al número total de caballos de la manada?

c. Completa la siguiente tabla:

Peso en libras	Cucharadita de medicina
80	5
100	
200	
250	
50	

1) Con la información provista en la tabla. ¿Cuál sería la razón de peso a cucharadita de medicina?

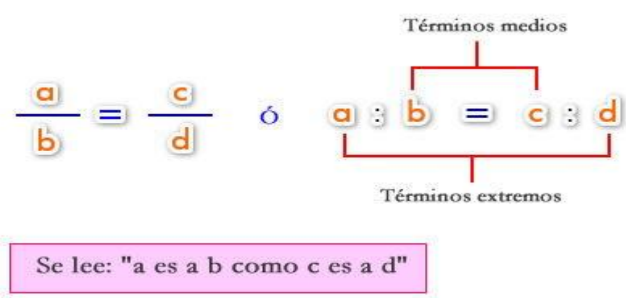
2) ¿Puedes establecer la razón de peso por una cucharadita?

Proporción

Puedes usar dos razones iguales para escribir una proporción.

<table>
<tr>
<td>Resuelve una Proporción</td>
<td>Una proporción es una ecuación que muestra la igualdad entre dos razones $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, b ≠ 0 y d ≠ 0.

Los productos cruzados de una proporción son iguales. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces ad = dc.


</td>
</tr>
</table>

Ejemplo

$Si\ \frac{a}{b} = h\ y\ \frac{c}{d} = h$ entonces,, por caracter transtivo $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

luego $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ forman una proporción

Y se cumple que:

el producto de los **extremos** es igual al producto de los **medios**

A. Determina si las razones $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ forman una proporción.

¿Son iguales los productos cruzados de $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$?

Los productos cruzados son 2 x 4 y 3 x 3. 8 ≠ 9.

Corrió los productos cruzados no son iguales, $\frac{2}{3} \neq \frac{3}{4}$, las razones no forman una proporción.

B. Resuelve $\frac{4}{5}$ y $\frac{12}{c}$

Calcula los productos cruzados.

4 x c = 5 x 12

4c = 60

$\frac{4c}{4}$ y $\frac{60}{4}$ Divide cada lado entre 4.

c=15

Práctica

Determina si cada par de razones representan proporciones.

1. $\frac{10}{20}, \frac{6}{12}$ **2.** $\frac{3}{8}, \frac{1}{5}$ **3.** $\frac{2}{6}, \frac{8}{24}$ **4.** $\frac{5}{25}, \frac{1}{5}$

5. $\frac{6}{15}, \frac{2}{5}$ **6.** $\frac{9}{27}, \frac{5}{12}$

Resuelve cada proporción.

1. $\frac{2}{5} = \frac{x}{20}$ **2.** $\frac{3}{n} = \frac{4}{8}$ **3.** $\frac{3}{p} = \frac{6}{16}$ **4.** $\frac{6}{10} = \frac{3}{r}$ **5.** $\frac{a}{5} = \frac{15}{25}$

6. $\frac{4}{6} = \frac{m}{18}$

1. Fabricación. Una compañía manufactura dos diferentes tipos de escritorios escolares. Un escritorio tiene la silla pegada y el otro escritorio es pequeño con la silla separada. Uno de cada 3 escritorios fabricados tiene la silla separada. Si se fabrican 90 escritorios, ¿cuántos tendrán la silla separada?

CLAVES EJERCICIOS DE PRÁCTICA

Determina si cada par de razones representan proporciones

1. Sí 2. No 3. Sí 4. Sí 5. Sí 6. No

Resuelve cada proporción

7. $x = 8$ 8. $n = 6$ 9. $p = 8$ 10. $r = 5$ 11. $a = 3$ 12. $m = 12$

13. Si se fabrican 90 escritorios 30 tendrán la silla separada.

Lección 11. La proporción porcentual

En una **proporción porcentual**, uno de los números, la **parte**, se compara con la cantidad total, la **base**. La otra razón es un porcentaje, escrito como una fracción, con una base de 100.

La proporción porcentual	**Palabras** $\frac{\text{parte}}{\text{base}} = \frac{\text{porcentaje}}{100}$ **Símbolos** **Aritmética** $\frac{2}{5} = \frac{40}{100}$ **Álgebra** $\frac{a}{b} = \frac{p}{100}$, donde *a* es la parte, *b* es la base y *p* es el porcentaje.

Ejemplos

A. Calcula 15 % de 78 $\frac{a}{78} = \frac{15}{100}$ b = 78, p = 15 100a = 78(15) Calcula los productos cruzados. 100a = 1170 a = 11.7 Divide cada lado entre 100. 15% de 78 es 11.7	**B.** ¿De qué número es 30 el 69%? $\frac{30}{b} = \frac{60}{100}$ a = 30, p = 60 30(100) = b(60) Calcula los productos cruzados. 3,000 = 60b 50 = b Divide cada lado entre 100. 30 es 60% de 50

Práctica:

Escribe cada fracción como un porcentaje.

1. $\frac{3}{10}$ **2.** $\frac{11}{25}$ **3.** $\frac{17}{20}$ **4.** $\frac{7}{50}$ **5.** $\frac{1}{8}$ **6.** $\frac{13}{40}$ **7.** $\frac{5}{16}$ **8.** $\frac{2}{25}$

Escribe una proporción porcentual para resolver cada problema. Luego resuelve. Redondea en décimas, si es necesario.

9. ¿Cuánto es 8% de 270?

10. ¿De qué número de 12 es 20%?

11. ¿Qué porcentaje de 99 es 48?

12. ¿Qué porcentaje de 45 es 25?

13. ¿De qué número es 15 el 75%?

14. Calcula el 16% de 40.

15. Comida de mascota. Una mezcla de semilla para pájaros es el 65% de semillas de girasol.

¿Cuántas libras de semillas de girasol hay en una bolsa de 40 libras?

CLAVE DE EJERCICIOS DE PRÁCTICA

Escribe cada fracción como porcentaje.

1. 30% 2. 44% 3. 85% 4. 14% 5. 12.5% 6. 32.5% 7. 31.25% 8. 8%

Escribe una proporción porcentual y resuelve

9. $\frac{a}{270} = \frac{8}{100}$ a = 21.6

10. $\frac{12}{b} = \frac{20}{100}$ b= 60

11. $\frac{48}{99} = \frac{p}{100}$ p = 48.5%

12. $\frac{25}{45} = \frac{p}{100}$ p = 55.6 %

13. $\frac{15}{b} = \frac{75}{100}$ b = 20

14. $\frac{a}{40} = \frac{16}{100}$ a = 6.4

15. $\frac{a}{40} = \frac{65}{100}$ hay 26 libras de semillas de girasol en 40 libras

Porcentaje de cambio

Una razón que compara el cambio en la cantidad con la cantidad original se llama **porcentaje de cambio**. Cuando la nueva cantidad es mayor que la original, el porcentaje de cambio es un **porcentaje de aumento**. Cuando la nueva cantidad es menor que la original, el porcentaje de cambio es un **porcentaje de disminución**.

.

Encuentra el porcentaje del recargo y del descuento	- El aumento en el precio que una tienda le suma al costo se llama **recargo**. El porcentaje del recargo es un porcentaje de aumento. La cantidad que el cliente paga se llama **precio de venta**. - La cantidad por la cual un precio regular se reduce se llama **descuento**. El porcentaje del descuento es un porcentaje de disminución. Calcula el precio de oferta al restar el descuento.

Ejemplos

A. Calcula el precio en oferta de un artículo de \$424 que tiene el 20% de descuento.	**B.** Una tienda pagó \$18 por un artículo y usó un recargo del 30%. ¿Cuál fue el precio de venta?
d = 0.20(424) d = \$84.80 \$424 - \$84.80 = \$339.20 *Primero usa la ecuación porcentual para calcular el descuento. Calcula el precio en oferta.*	m = 0.30(18) m = \$5.40 \$18 + \$5.40 = \$23.40 *Primero usa la ecuación porcentual para calcular el recargo. Calcula el precio de venta.*

Práctica:

Calcula el precio en oferta de cada artículo y redondea en centavos.

1. mahones: \$28.00, 50% de descuento **2.** camisa: \$48.95, $\frac{1}{5}$ de descuento

3. libro de música: \$7.50, 10% de descuento **4.** reloj: \$15.30, 15% de descuento

Calcula el precio de venta de cada artículo dados el costo neto y el recargo. Redondea en centavos.

5. CD: \$9, 60% de recargo **6.** DVD: \$25, 40% de recargo

7. TV: \$400, 45% de recargo **8.** Juego de cuarto: \$2,400, 20% de recargo

Calcula el precio en oferta de cada artículo y redondea en centavos

1. Mahones: \$ 14.00
2. Camisa: \$ 39.16
3. Libro de música: \$ 6.75
4. Reloj: \$ 13.00

Calcula el precio de venta de cada artículo dados el costo neto y el recargo

5. CD: \$ 14.40 6. DVD \$ 35.00 7. TV \$ 580 8. Juego de cuarto \$2,880

La ecuación porcentual

Ecuación porcentual: es otro modo de calcular un porcentaje.

Parte = Porcentaje · Base. Expresa el porcentaje como u decimal y multiplica

	Tipo	Ejemplo	Ecuación
La ecuación porcentual	Calcula la parte	¿Qué número es el 25% de 60?	n = 0.25(60)
	Calcula el porcentaje	¿Qué porcentaje es el 15 de 60?	15 = n(60)
	Calcula la base	¿De qué número es el 15 de 60?	15 = 0.25n

Ejemplos

A. ¿De qué número es 3 el 15%?

Parte = Porcentaje · Base

Usa la ecuación porcentual.

3 = 0.15n — *La parte es 3 y el porcentaje es 15%. Sea n la base.*

$$\frac{3}{0.15} = \frac{0.15n}{0.15}$$ — *Divide cada lado entre 0.15.*

n = 20 — *Reduce.*

15% de 20 es 3.

B. ¿Qué porcentaje de 120 es 45?

Parte = Porcentaje · Base *Usa la ecuación porcentual.*

45 = n(120) — *La parte es 45 y la base es 120. Sea n el porcentaje.*

$$\frac{45}{120} = \frac{120n}{120}$$ — *Divide cada lado entre 120.*

n = 0.375 — *Reduce.*

n = 37.5% — *Escribe el decimal cómo %*

45 es 37.5% de 120.

Práctica:

Resuelve cada problema mediante la ecuación porcentual.

1. ¿De qué número es 120 el 12%?

2. ¿De qué número es 21 el 42%?

3. Calcula el 82% de 30.

4. ¿Qué porcentaje de 96 es 24?

5. Calcula el 40% de 37

6. ¿Qué porcentaje de 104 es 13?

7. ¿De qué número es 61 el 50%?

8. Calcula el 75% de 98.

9. Calcula el 12% de 1.75.

10. ¿De qué cantidad es $8.22 el 15%?

Resuelve cada problema mediante la ecuación porcentual

1. **1,000**
2. **50**
3. **24.6**
4. **25**
5. **14.8**
6. **12.5**
7. **122**
8. **73.5**
9. **0.21**
10. **54.8**

REFERENCIAS

https://edu.gcfglobal.org/es/sumar-y-restar/ley-de-signos/1/

http://www.glencoe.com/sec/math/msmath/mac04/course3/study_guide/pdfs/mac3_pssg05_sp.pdf

http://laescuelaencasa.com/matematicas-2/los-numeros-enteros/clase-13-propiedades-de-la-multiplicacion-de-numeros-enteros/

read://http_www.montereyinstitute.org/?url=http%3A%2F%2Fwww.montereyinstitute.org%2Fcourses%2FDevelopmentalMath%2FTEXTGROUP-1-8_RESOURCE%2FU05_L2_T1_text_final_es.html

https://content.nroc.org/DevelopmentalMath.HTML5/U01L1T2/TopicText/es/textbook.html

https://es.khanacademy.org/math/cc-seventh-grade-math/cc-7th-negative-numbers-multiply-and-divide/cc-7th-order-of-operations/a/order-of-operations-review

https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath_help/spanish/topics/order-of-operations

https://epja.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/43/2016/04/201404141135050.GuiaN2MatematicaICiclodeEM.pdf

https://scioteca.caf.com/bitstream/handle/123456789/538/63.pdf

Estimada familia:

El Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) tiene como prioridad el garantizar que a sus hijos se les provea una educación pública, gratuita y apropiada. Para lograr este cometido, es imperativo tener presente que los seres humanos son diversos. Por eso, al educar es necesario reconocer las habilidades de cada individuo y buscar estrategias para minimizar todas aquellas barreras que pudieran limitar el acceso a su educación.

La otorgación de acomodos razonables es una de las estrategias que se utilizan para minimizar las necesidades que pudiera presentar un estudiante. Estos permiten adaptar la forma en que se presenta el material, la forma en que el estudiante responde, la adaptación del ambiente y lugar de estudio y el tiempo e itinerario que se utiliza. Su función principal es proveerle al estudiante acceso equitativo durante la enseñanza y la evaluación. Estos tienen la intención de reducir los efectos de la discapacidad, excepcionalidad o limitación del idioma y no, de reducir las expectativas para el aprendizaje. Durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, se debe tener altas expectativas con nuestros niños y jóvenes.

Esta guía tiene el objetivo de apoyar a las familias en la selección y administración de los acomodos razonables durante el proceso de enseñanza y evaluación para los estudiantes que utilizarán este módulo didáctico. Los acomodos razonables le permiten a su hijo realizar la tarea y la evaluación, no de una forma más fácil, sino de una forma que sea posible de realizar, según las capacidades que muestre. El ofrecimiento de acomodos razonables está atado a la forma en que su hijo aprende. Los estudios en neurociencia establecen que los seres humanos aprenden de forma visual, de forma auditiva o de forma kinestésica o multisensorial, y aunque puede inclinarse por algún estilo, la mayoría utilizan los tres.

Por ello, a continuación, se presentan algunos ejemplos de acomodos razonables que podrían utilizar con su hijo mientras trabaja este módulo didáctico en el hogar. Es importante que como madre, padre o persona encargada en dirigir al estudiante en esta tarea los tenga presente y pueda documentar cuales se utilizaron. Si necesita más información, puede hacer referencia a la ***Guía para la provisión de acomodos razonables*** (2018) disponible por medio de la página www.de.pr.gov, en educación especial, bajo Manuales y Reglamentos.

GUÍA DE ACOMODOS RAZONABLES PARA LOS ESTUDIANTES QUE TRABAJARÁN BAJO MÓDULOS DIDÁCTICOS

Acomodos de presentación	Acomodos en la forma de responder	Acomodos de ambiente y lugar	Acomodos de tiempo e itinerario
Cambian la manera en que se presenta la información al estudiante. Esto le permite tener acceso a la información de diferentes maneras. El material puede ser presentado de forma auditiva, táctil, visual o multisensorial.	Cambian la manera en que el estudiante responde o demuestra su conocimiento. Permite a los estudiantes presentar las contestaciones de las tareas de diferentes maneras. Por ejemplo, de forma verbal, por medio de manipulativos, entre otros.	Cambia el lugar, el entorno o el ambiente donde el estudiante completará el módulo didáctico. Los acomodos de ambiente y lugar requieren de organizar el espacio donde el estudiante trabajará.	Cambian la cantidad de tiempo permitido para completar una evaluación o asignación; cambia la manera, orden u hora en que se organiza el tiempo, las materias o las tareas.
Aprendiz visual: ▪ Usar letra agrandada o equipos para agrandar como lupas, televisores y computadoras ▪ Uso de láminas, videos pictogramas. ▪ Utilizar claves visuales tales como uso de colores en las instrucciones, resaltadores (highlighters), subrayar palabras importantes.	**Aprendiz visual:** ▪ Utilizar la computadora para que pueda escribir. ▪ Utilizar organizadores gráficos. ▪ Hacer dibujos que expliquen su contestación. ▪ Permitir el uso de láminas o dibujos para explicar sus contestaciones ▪ Permitir que el estudiante escriba lo que aprendió por medio de	**Aprendiz visual:** ▪ Ambiente silencioso, estructurado, sin muchos distractores. ▪ Lugar ventilado, con buena iluminación. ▪ Utilizar escritorio o mesa cerca del adulto para que lo dirija. **Aprendiz auditivo**: ▪ Ambiente donde pueda leer en voz alta o donde pueda escuchar el	**Aprendiz visual y auditivo:** ▪ Preparar una agenda detalladas y con códigos de colores con lo que tienen que realizar. ▪ Reforzar el que termine las tareas asignadas en la agenda. ▪ Utilizar agendas de papel donde pueda marcar, escribir, colorear.

Acomodos de presentación	Acomodos en la forma de responder	Acomodos de ambiente y lugar	Acomodos de tiempo e itinerario
▪ Demostrar lo que se espera que realice el estudiante y utilizar modelos o demostraciones. ▪ Hablar con claridad, pausado ▪ Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante ▪ Añadir al material información complementaria **Aprendiz auditivo**: ▪ Leerle el material o utilizar aplicaciones que convierten el texto en formato audible. ▪ Leer en voz alta las instrucciones. ▪ Permitir que el estudiante se grabe mientras lee el material. ▪ Audiolibros ▪ Repetición de instrucciones ▪ Pedirle al estudiante que explique en sus propias palabras lo que tiene que hacer ▪ Utilizar el material grabado	tarjetas, franjas, láminas, la computadora o un comunicador visual. ▪ Contestar en el folleto. **Aprendiz auditivo**: ▪ Grabar sus contestaciones ▪ Ofrecer sus contestaciones a un adulto que documentará por escrito lo mencionado. ▪ Hacer presentaciones orales. ▪ Hacer videos explicativos. ▪ Hacer exposiciones **Aprendiz multisensorial:** ▪ Señalar la contestación a una computadora o a una persona. ▪ Utilizar manipulativos para representar su contestación. ▪ Hacer presentaciones orales y escritas. ▪ Hacer dramas donde	material sin interrumpir a otras personas. ▪ Lugar ventilado, con buena iluminación y donde se les permita el movimiento mientras repite en voz alta el material. **Aprendiz multisensorial:** ▪ Ambiente se le permita moverse, hablar, escuchar música mientras trabaja, cantar. ▪ Permitir que realice las actividades en diferentes escenarios controlados por el adulto. Ejemplo el piso, la mesa del comedor y luego, un escritorio.	▪ Utilizar “post-it” para organizar su día. ▪ Comenzar con las clases más complejas y luego moverse a las sencillas. ▪ Brindar tiempo extendido para completar sus tareas. **Aprendiz multisensorial:** ▪ Asistir al estudiante a organizar su trabajo con agendas escritas o electrónicas. ▪ Establecer mecanismos para recordatorios que le sean efectivos. ▪ Utilizar las recompensas al terminar sus tareas asignadas en el tiempo establecido. ▪ Establecer horarios flexibles para completar las tareas. ▪ Proveer recesos entre tareas.

Acomodos de presentación	Acomodos en la forma de responder	Acomodos de ambiente y lugar	Acomodos de tiempo e itinerario
▪ Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante **Aprendiz multisensorial:** ▪ Presentar el material segmentado (en pedazos) ▪ Dividir la tarea en partes cortas ▪ Utilizar manipulativos ▪ Utilizar canciones ▪ Utilizar videos ▪ Presentar el material de forma activa, con materiales comunes. ▪ Permitirle al estudiante investigar sobre el tema que se trabajará ▪ Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante	represente lo aprendido. ▪ Crear videos, canciones, carteles, infografías para explicar el material. ▪ Utilizar un comunicador electrónico o manual.		▪ Tener flexibilidad en cuando al mejor horario para completar las tareas. ▪ Comenzar con las tareas más fáciles y luego, pasar a las más complejas. ▪ Brindar tiempo extendido para completar sus tareas.

HOJA DE DOCUMENTAR LOS ACOMODOS RAZONABLES UTILIZADOS AL TRABAJAR EL MÓDULO DIDÁCTICO

Nombre del estudiante: ______________________ **Número de SIE:**________

Materia del módulo: __________________________ **Grado:**_______________

Estimada familia:

1.	Utiliza la siguiente hoja para documentar los acomodos razonables que utiliza con tu hijo en el proceso de apoyo y seguimiento al estudio de este módulo. Favor de colocar una marca de cotejo [✓] en aquellos acomodos razonables que utilizó con su hijo para completar el módulo didáctico. Puede marcar todos los que aplique y añadir adicionales en la parte asignada para ello.

Acomodos de presentación	Acomodos de tiempo e itinerario
Aprendiz visual: ☐ Usar letra agrandada o equipos para agrandar como lupas, televisores y computadoras ☐ Uso de láminas, videos pictogramas. ☐ Utilizar claves visuales tales como uso de colores en las instrucciones, resaltadores (*highlighters*), subrayar palabras importantes. ☐ Demostrar lo que se espera que realice el estudiante y utilizar modelos o demostraciones. ☐ Hablar con claridad, pausado ☐ Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante ☐ Añadir al material información complementaria **Aprendiz auditivo**: ☐ Leerle el material o utilizar aplicaciones que convierten el texto en formato audible. ☐ Leer en voz alta las instrucciones. ☐ Permitir que el estudiante se grabe mientras lee el material. ☐ Audiolibros ☐ Repetición de instrucciones ☐ Pedirle al estudiante que explique en sus propias palabras lo que tiene que hacer	**Aprendiz visual:** ☐ Utilizar la computadora para que pueda escribir. ☐ Utilizar organizadores gráficos. ☐ Hacer dibujos que expliquen su contestación. ☐ Permitir el uso de láminas o dibujos para explicar sus contestaciones ☐ Permitir que el estudiante escriba lo que aprendió por medio de tarjetas, franjas, láminas, la computadora o un comunicador visual. ☐ Contestar en el folleto. **Aprendiz auditivo**: ☐ Grabar sus contestaciones ☐ Ofrecer sus contestaciones a un adulto que documentará por escrito lo mencionado. ☐ Hacer presentaciones orales. ☐ Hacer videos explicativos. ☐ Hacer exposiciones **Aprendiz multisensorial:** ☐ Señalar la contestación a una computadora o a una persona. ☐ Utilizar manipulativos para representar su contestación. ☐ Hacer presentaciones orales y escritas.

<table>
<tr><th>Acomodos de presentación</th><th>Acomodos de tiempo e itinerario</th></tr>
<tr><td>☐ Utilizar el material grabado
☐ Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante

Aprendiz multisensorial:
☐ Presentar el material segmentado (en pedazos)
☐ Dividir la tarea en partes cortas
☐ Utilizar manipulativos
☐ Utilizar canciones
☐ Utilizar videos
☐ Presentar el material de forma activa, con materiales comunes.
☐ Permitirle al estudiante investigar sobre el tema que se trabajará
☐ Identificar compañeros que puedan servir de apoyo para el estudiante</td><td>☐ Hacer dramas donde represente lo aprendido.
☐ Crear videos, canciones, carteles, infografías para explicar el material.
☐ Utilizar un comunicador electrónico o manual.</td></tr>
<tr><th>Acomodos de respuesta</th><th>Acomodos de ambiente y lugar</th></tr>
<tr><td>Aprendiz visual:
☐ Ambiente silencioso, estructurado, sin muchos distractores.
☐ Lugar ventilado, con buena iluminación.
☐ Utilizar escritorio o mesa cerca del adulto para que lo dirija.

Aprendiz auditivo:
☐ Ambiente donde pueda leer en voz alta o donde pueda escuchar el material sin interrumpir a otras personas.
☐ Lugar ventilado, con buena iluminación y donde se les permita el movimiento mientras repite en voz alta el material.

Aprendiz multisensorial:
☐ Ambiente se le permita moverse, hablar, escuchar música mientras trabaja, cantar.
☐ Permitir que realice las actividades en diferentes escenarios controlados por el adulto. Ejemplo el piso, la mesa del comedor y luego, un escritorio.</td><td>Aprendiz visual y auditivo:
☐ Preparar una agenda detalladas y con códigos de colores con lo que tienen que realizar.
☐ Reforzar el que termine las tareas asignadas en la agenda.
☐ Utilizar agendas de papel donde pueda marcar, escribir, colorear.
☐ Utilizar “post-it” para organizar su día.
☐ Comenzar con las clases más complejas y luego moverse a las sencillas.
☐ Brindar tiempo extendido para completar sus tareas.

Aprendiz multisensorial:
☐ Asistir al estudiante a organizar su trabajo con agendas escritas o electrónicas.
☐ Establecer mecanismos para recordatorios que le sean efectivos.
☐ Utilizar las recompensas al terminar sus tareas asignadas en el tiempo establecido.
☐ Establecer horarios flexibles para completar las tareas.</td></tr>
</table>

Acomodos de presentación	Acomodos de tiempo e itinerario
	☐ Proveer recesos entre tareas. ☐ Tener flexibilidad en cuando al mejor horario para completar las tareas. ☐ Comenzar con las tareas más fáciles y luego, pasar a las más complejas. ☐ Brindar tiempo extendido para completar sus tareas.

Otros:

____
____
____
____
____
____
____
____
____
____

2. Si tu hijo es un candidato o un participante de los servicios para estudiantes aprendices del español como segundo idioma e inmigrantes considera las siguientes sugerencias de enseñanza:

- Proporcionar un modelo o demostraciones de respuestas escritas u orales requeridas o esperadas.
- Comprobar si hay comprensión: use preguntas que requieran respuestas de una sola palabra, apoyos y gestos.
- Hablar con claridad, de manera pausada.
- Evitar el uso de las expresiones coloquiales, complejas.
- Asegurar que los estudiantes tengan todos los materiales necesarios.
- Leer las instrucciones oralmente.
- Corroborar que los estudiantes entiendan las instrucciones.
- Incorporar visuales: gestos, accesorios, gráficos organizadores y tablas.
- Sentarse cerca o junto al estudiante durante el tiempo de estudio.
- Seguir rutinas predecibles para crear un ambiente de seguridad y estabilidad para el aprendizaje.
- Permitir el aprendizaje por descubrimiento, pero estar disponible para ofrecer instrucciones directas sobre cómo completar una tarea.
- Utilizar los organizadores gráficos para la relación de ideas, conceptos y textos.
- Permitir el uso del diccionario regular o ilustrado.
- Crear un glosario pictórico.
- Simplificar las instrucciones.
- Ofrecer apoyo en la realización de trabajos de investigación.
- Ofrecer los pasos a seguir en el desarrollo de párrafos y ensayos.
- Proveer libros o lecturas con conceptos similares, pero en un nivel más sencillo.
- Proveer un lector.
- Proveer ejemplos.
- Agrupar problemas similares (todas las sumas juntas), utilizar dibujos, láminas, o gráficas para apoyar la explicación de los conceptos, reducir la complejidad lingüística del problema, leer y explicar el problema o teoría verbalmente o descomponerlo en pasos cortos.
- Proveer objetos para el aprendizaje (concretizar el vocabulario o conceptos).
- Reducir la longitud y permitir más tiempo para las tareas escritas.
- Leer al estudiante los textos que tiene dificultad para entender.
- Aceptar todos los intentos de producción de voz sin corrección de errores.
- Permitir que los estudiantes sustituyan dibujos, imágenes o diagramas, gráficos, gráficos para una asignación escrita.
- Esbozar el material de lectura para el estudiante en su nivel de lectura, enfatizando las ideas principales.
- Reducir el número de problemas en una página.
- Proporcionar objetos manipulativos para que el estudiante utilice cuando resuelva problemas de matemáticas.

3. Si tu hijo es un estudiante dotado, es decir, que obtuvo 130 o más de cociente intelectual (CI) en una prueba psicométrica, su educación debe ser dirigida y desafiante. Deberán considerar las siguientes recomendaciones:

- Conocer las capacidades especiales del estudiante, sus intereses y estilos de aprendizaje.
- Realizar actividades motivadoras que les exijan pensar a niveles más sofisticados y explorar nuevos temas.
- Adaptar el currículo y profundizar.
- Evitar las repeticiones y las rutinas.
- Realizar tareas de escritura para desarrollar empatía y sensibilidad.
- Utilizar la investigación como estrategia de enseñanza.
- Promover la producción de ideas creativas.
- Permitirle que aprenda a su ritmo.
- Proveer mayor tiempo para completar las tareas, cuando lo requiera.
- Cuidar la alineación entre su educación y sus necesidades académicas y socioemocionales.